# БИВОЛНОВОЕ УРАВНЕНИЕ С ВЕКТОРНЫМ СТРУКТУРНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ И ЕГО ОБОБЩЕННЫЕ РЕШЕНИЯ

**Л.А. Алексеева**

*Институт математики и математического моделирования*
*Министерства образования и науки Республики Казахстан, г. Алматы, Казахстан*

alexeeva@math.kz

Исследуется бикватернионное волновое уравнение с векторным структурным коэффициентом. С использованием теории обобщенных функций и скалярных потенциалов построены фундаментальные и обобщенные решения этого уравнения при произвольной регулярной или сингулярной правой части. Исследованы волновые и энергетические свойства элементарных решений.

**Ключевые слова:** биволновое уравнение, обобщенные решения, обобщенные функции, скалярные потенциалы.

Дифференциальная алгебра бикватернионов в последние десятилетия стала достаточно широко использоваться в задачах математической и теоретической физики. Наибольшее развитие она получила в задачах квантовой электродинамики, связанной с решениями уравнений Максвелла и Дирака, которые легко приводятся к бикватернионной форме в виде одного бикватернионного волнового (*биволнового*) уравнения гиперболического типа. Автором в статьях [1–3] рассмотрены частные виды биволновых уравнений, к которым принадлежат системы уравнений Максвелла и Дирака, построены их фундаментальные и бикватернионные решения на пространстве обобщенных бикватернионных функций медленного роста.

Здесь исследуется биволновое уравнение с векторным структурным коэффициентом. С использованием теории обобщенных функций и скалярных потенциалов построены фундаментальные и обобщенные решения этого уравнения при произвольной регулярной или сингулярной правой части. Исследованы волновые и энергетические свойства элементарных решений.

## 1 Биволновое уравнение. Структурный коэффициент

Рассматриваются линейные бикватернионные дифференциальные уравнения вида:

$$\nabla^{\pm}\mathbf{B} + \mathbf{F} \circ \mathbf{B} = \mathbf{G}(\tau, x). \tag{1}$$

Бикватернион $\mathbf{F} = f + F$ – *структурный коэффициент* – здесь постоянный бикватернион: $f$ и $F$ – комплексное число и комплексный 3D-вектор соответственно, произведение бикватернионов имеет вид:

$$\mathbf{F} \circ \mathbf{B} = (F, B) + fB + bF + [F, B],$$

где $(\ldots, \ldots)$, и $[\ldots, \ldots]$ – скалярное и векторное произведения стоящих векторов.

Дифференциальные операторы:

$$\nabla^{\pm} = \partial_\tau \pm i\nabla,$$

– *взаимные биградиенты*, действие которых определяется алгеброй бикватернионов [1]:

$$\nabla^{\pm}\mathbf{B} = (\partial_\tau \pm i\nabla) \circ (b(\tau, x) + B(\tau, x)) =$$

$$= (\partial_\tau b \mp i\,\mathrm{div}B) + \partial_\tau B \pm i\mathrm{grad} b \pm i\,\mathrm{rot}\,B$$

Правая часть уравнения $\mathbf{G}(\tau, x) = g(\tau, x) + G(\tau, x)$ – заданная бикватернионная функция на пространстве Минковского $\mathbb{M} = \{(\tau, x) : \tau \in R^1, x \in R^3\}$, компоненты которой принадлежат классу обобщенных функций медленного роста [2].

Поскольку эти уравнения эквивалентны системам уравнений гиперболического типа и приводят к решению волновых уравнений, будем называть их *биволновыми уравнениями.*

Частные случаи этого уравнения, когда $\mathbf{F} = 0$ и $\mathbf{F} = f$ – комплексное число, дают бикватернионное представление систем уравнений Максвелла и Дирака.В работах [1, 2] автора, построены их обобщенные решения в бикватернионной форме. Заметим, что более сложные дифференциальные уравнения вида

$$\mathbf{A} \circ \nabla^{\pm}\mathbf{B} + \mathbf{C} \circ \mathbf{B} = \mathbf{Q}(\tau, x) \tag{2}$$

приводятся к биволновому уравнению (1), если существует обратный бикватернион

$$\mathbf{A}^{-1} = \frac{\mathbf{A}^{-}}{(a, a) + (A, A)} = \frac{a - A}{(a, a) + (A, A)}.$$

Тогда уравнение (2) эквивалентно уравнению (1), где

$$\mathbf{F} = \mathbf{A}^{-1} \circ \mathbf{C}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{A}^{-1} \circ \mathbf{Q}.$$

Для этого необходимо и достаточно, чтобы $(a, a) \neq -(A, A)$.

Далее будем использовать также *комплексно сопряженные* бикватернионы, которые обозначаем $\overline{\mathbf{A}} = \overline{a} + \overline{A}$ и *сопряженные* кватернионы $\mathbf{A}^* = \overline{\mathbf{A}}^{\,-} = \overline{a} - \overline{A}$.

## 2 Обобщенные решения неоднородного биволнового уравнения.

Здесь исследуем случай, когда $\mathbf{F} = F$ – вектор. Тогда (1) имеет вид :

$$(\partial_\tau \pm i\nabla + F)\,\mathbf{B} = \mathbf{G}. \tag{2}$$

Обозначим

$$\mathbf{D}_F^+ = \nabla^+ + F, \quad \mathbf{D}_F^- = \nabla^- - F.$$

Легко видеть, что суперпозиция этих дифференциальных операторов коммутативна и обладает следующим полезным свойством:

$$\mathbf{D}_F^+\mathbf{D}_F^- = \mathbf{D}_F^-\mathbf{D}_F^+ \left(\nabla^+ + F\right) \circ \left(\nabla^- - F\right) = \Box + (F, F) - 2i(F, \nabla), \tag{3}$$

где $\Box = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \Delta$–волновой оператор. Используя это свойство, из (2) получим

$$\mathbf{D}_F^-\mathbf{D}_F^+\mathbf{B} = \{\Box + (F, F) - 2i(F, \nabla)\}\,\mathbf{B} = \mathbf{D}_F^-\mathbf{G} = \mathbf{Q}.$$

Т.е. каждая компонента $\mathbf{B}$ удовлетворяет уравнению

$$\Box u + (F, F)u - 2i(F, \nabla u) = q(\tau, x) \tag{4}$$

с соответствующей $\mathbf{Q}$ правой частью.

Далее построим решения уравнения (1) для верхнего знака $(+)$. Решения (1) для нижнего знака $(-)$ можно получить из них, используя операцию комплексного сопряжения. Для построения решений используем операцию бикватернионной свертки [1,2], которая по виду аналогична бикватернионному умножению , только всюду знак умножения между компонентами бикватернионов заменяется на знак свертки $(*)$, которая берется согласно правилам определения свертки обобщенных функций [5]

**Теорема 1.** *Решение обобщенного биволнового уравнения (2) можно представить в виде*:

$$\mathbf{B} = \mathbf{D}_F^- (\psi * \mathbf{G}) = \mathbf{D}_F^- \psi * \mathbf{G} + \mathbf{B}^0 = \psi * \mathbf{D}_F^- \mathbf{G} + \mathbf{B}^0, \tag{5}$$

*где $\psi(\tau, x)$– фундаментальное решение уравнения (4) (при $q = \delta(\tau)\delta(x)$), а $\mathbf{B}^0(\tau, x)$ – решение однородного уравнения (2) (при$\mathbf{G} = 0$)*:

$$\mathbf{B}^0 = \sum_{\psi^0} \mathbf{D}_F^- \psi^0 * \mathbf{C}^0 = \sum_{\psi^0} \psi^0 * \mathbf{D}_F^- \mathbf{C}^0 = \sum_{\psi^0} \mathbf{D}_F^- \left(\psi^0 * \mathbf{C}^0\right) \tag{6}$$

*$\psi^0(\tau, x)$– решения однородного уравнения (4), $\boldsymbol{C}^0(\tau, x)$ – произвольные бикватернионы, допускающие такую свертку.*

**Доказательство.** В силу линейности уравнения, достаточно доказать утверждение для каждого слагаемого в формуле (5). Подставим первое слагаемое в уравнение (2) и, используя (3), получим

$$\left(\nabla^+ + F\right) \left(\nabla^- - F\right) (\psi * \mathbf{G}) = (\Box \psi - 2i(F, \nabla\psi) + (F, F)\psi) * \mathbf{G} = \delta(\tau)\delta(x) * \mathbf{G} = \mathbf{G}.$$

Для каждого слагаемого второй суммы имеем

$$\left(\nabla^+ + F\right) \left(\nabla^- - F\right) \left(\psi^0 * \mathbf{C}^0\right) = \left\{\Box \psi^0 - 2i(F, \nabla\psi^0) + (F, F)\psi^0\right\} * \mathbf{C}^0 = 0.$$

Здесь мы воспользовались известными свойствами сверток [5].

Очевидно, в силу линейности уравнения, любое решение можно представить в аналогичном виде. Так, в частности, если положить $\mathbf{C}^0 = e_j \delta(\tau)\delta(x)$, тогда

$$\mathbf{B}^0 = \sum_{\psi^0} \mathbf{D}_F^- \psi^0 * e_j \delta(\tau)\delta(x) = \sum_{\psi^0} \mathbf{D}_F^- \left(\psi^0 e_j\right) = \mathbf{B}_j^0(\tau, x),$$

которые позволяют разложить решения уравнения покомпонентно для векторной части бикватерниона ($x = x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_3 e_3$).

## 3 Скалярные потенциалы решений

Рассмотрим скалярное уравнение (4), которое, если положить $m^2 = (F, F)$, содержит оператор Клейна-Гордона-Фока $(\Box + m^2)$ и дополнительное слагаемое $(-2i(F, \nabla\psi))$. Интересно, что появление этого дополнительного члена значительно упрощает вид его фундаментального решения, в сравнении с фундаментальным решением уравнения Клейна-Гордона-Фока, которое известно (см. [4]).

**Теорема 2.** *Фундаментальные решения уравнения (4) имеют вид*:

$$\psi = \frac{e^{-i(F,x)}}{4\pi \|x\|} \left((1 - a)\delta(\tau - \|x\|) + a\delta(\tau + \|x\|)\right) + \psi^0, \quad \forall a, \tag{7}$$

*где $\delta(\tau \mp \|x\|)$ – простой слой на световом конусе $\tau = \pm \|x\|$; $a$ -произвольная константа, $\psi^0(\tau, x)$– решение однородного уравнения (при $q = 0$).*

**Доказательство.** Для доказательства формулы теоремы используем преобразование Фурье обобщенных функций. Далее переменные Фурье, соответствующие $(\tau, x)$, обозначаем $(\omega, \xi)$ соответственно.

Уравнение для $\psi$ имеет вид:

$$\Box\psi + (F,F)\psi - 2i(F,\nabla\psi) = \delta(\tau)\delta(x), \tag{8}$$

а его преобразование Фурье

$$\left(\|\xi\|^2 - \omega^2 - 2(F,\xi) + (F,F)\right)\bar{\psi}(\omega,\xi) = 1. \tag{9}$$

Откуда получим

$$\bar{\psi}(\omega,\xi) = \frac{1}{(\xi - F, \xi - F) - \omega^2}. \tag{10}$$

Поскольку правая часть (10) имеет неинтегрируемые особенности, для построения обратного преобразования Фурье следует выбрать определенные регуляризации.

Для этого воспользуемся фундаментальным решением уравнения Даламбера:

$$\Box\chi = \delta(\tau, x),$$

которое имеет вид

$$\chi\frac{1-a}{4\pi\|x\|}\delta(\tau - \|x\|) + \frac{a}{4\pi\|x\|}\delta(\tau + \|x\|), \quad \forall a.$$

Поскольку преобразование Фурье слагаемых равно следующим регуляризациям :

$$F\left[\frac{1}{4\pi\|x\|}\delta(\tau \mp \|x\|)\right] = \frac{1}{\|\xi\|^2 - \omega^2 \pm i0}, \tag{11}$$

используя свойства сдвига преобразования Фурье [5], из (10) и (11) получим формулу теоремы (7). Теорема доказана.

Заметим, что $\psi$ – это сферическая волна, распространяющаяся в $R^3$ с единичной скоростью (если $\tau$ – время). При $\operatorname{Re} F \neq 0$, реальная и мнимая часть плотности слоя на сфере колеблются с изменением $x$. $\operatorname{Im} F$ дает экспоненциальное затухание или возрастание плотности в зависимости от направления $x$ по отношению к $H$.

## 4 Скалярные потенциалы однородного уравнения (4).

Рассмотрим решения однородного уравнения (4). Его преобразование Фурье имеет вид:

$$\left((\xi - F, \xi - F) - \omega^2\right)\bar{\psi}^0 = 0. \tag{12}$$

Следовательно $\bar{\psi}^0 = \varphi(\omega,\xi)\delta_S(\omega,\xi)$, где $\delta_S(\omega,\xi)$ – простой слой на трехмерной поверхности $S$ в $R^4$:

$$S = \left\{(\omega,\xi) : (\xi - F, \xi - F) - \omega^2 = 0\right\}, \tag{13}$$

а $\varphi(\omega,\xi)$ – произвольная интегрируемая на $S$ функция.

И формальное решение однородного уравнения имеет вид поверхностного интеграла

$$\psi^0(\tau,x) = \int\limits_S \varphi(\omega,\xi)\exp(-i\omega\tau - i(x,\xi))dS(\omega,\xi), \quad \forall\varphi(\omega,\xi) \in L_1(S). \tag{14}$$

Рассмотрим, при каких $F$ такая поверхность существует и какой вид она имеет.

Пусть $F$ – действительный вектор: $F = E$. Тогда $S$ – это конус в $R^4$ с вершиной в точке $(\omega,\xi) = (0,E)$. В этом случае (14) можно записать в виде:

$$\psi^0(\tau,x) = \int\limits_{R^3} \chi(\xi)\exp\left(\pm i\|\xi - E\|\tau - i(x,\xi)\right)d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3, \quad \forall\chi(\xi) \in L_1(R^3) \tag{15}$$

Если $F$ – мнимый вектор: $F=iH$. Тогда из (13) следует:

$$(\xi - iH, \xi - iH) = \|\xi\|^2 - \|H\|^2 - 2i(H,\xi) = \omega^2$$

Решением этого уравнения будет пересечение двух множеств, задаваемых равенствами:

$$S = \left\{(\omega,\xi) : \|\xi\|^2 - \|H\|^2 = \omega^2, \quad (H,\xi) = 0\right\}$$

В этом случае решением однородного уравнения будет интеграл по части плоскости, перпендикулярной вектору $H$, с выколотым кругом радиуса $\|H\|$ с центром в точке $\xi=0$:

$$\psi^0(\tau,x) = \int\limits_{\substack{(H,\xi)=0,\\ \|\xi\|\geq\|H\|}} \chi(\xi)\exp\left(\pm i\tau\sqrt{\|\xi\|^2 - \|H\|^2} - i(x,\xi)\right) d\xi_{\perp H}, \quad \forall\chi(\xi)\in L_1(R^3) \qquad (16)$$

Если имеем комплексное $F = E + iH$, тогда из (13) следует:

$$(\xi - E - iH, \xi - E - iH) = \|\xi - E\|^2 - \|H\|^2 - 2i(\xi - E, H) = \omega^2$$

В этом случае решением однородного уравнения будет интеграл по части плоскости, проходящей через точку $\xi^* = E$ и перпендикулярной вектору $H$, с выколотым кругом радиуса $\xi^* = E$ с центром в $\xi = E$:

$$\psi^0(\tau,x) = \int\limits_{\substack{(H,\xi)=(H,E),\\ \|\xi-E\|\geq\|H\|}} \phi(\xi)\exp\left(\pm i\tau\sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2} - i(x,\xi)\right) d\xi_{\perp H}, \qquad (17)$$
$$\forall\phi(\xi)\in L_1(R^3)$$

Выбор $\phi(\xi)$ позволяет строить широкий класс решений спинорных уравнений.

Назовем решения однородного уравнения (2), как и решения однородных уравнений Дирака, *спинорами*. Построим их бикватернионные представления.

## 5 Элементарный $\xi$-спинор.

Заметим, что функции –

$$\psi_\xi^\pm(\tau,x) = \exp\left(\pm i\tau\sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2} - i(x,\xi)\right) \qquad (18)$$

являются решением однородного уравнения (4) и представляют собой две плоские гармонические волны, движущиеся в направлении волнового вектора $\xi$ и противоположном направлении с фазовой скоростью $c = \sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2}/\,\|\xi\|$; длина волн $\lambda = 2\pi/\,\|\xi\|$.

При $\|\xi - E\| > \|H\|$ их

$$\text{частота } \varpi = \sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2},$$

$$\text{период } T = 2\pi/\sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2}.$$

При $\|\xi - E\| < \|H\|$ – это две стоячие гармонические волны с экспоненциально затухающей и возрастающей по времени амплитудой.

При $\|\xi - E\| = \|H\|$ амплитуда не зависит от времени и они совпадают.

Рассмотрим порождаемый ими элементарный $\xi$-спинор -

$$\mathbf{\Psi}_\xi^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}\,\|\xi - E\|}\mathbf{D}_F^- \psi_\xi^\pm = \frac{\pm i\sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2} - (\xi - E + iH)}{\sqrt{2}\,\|\xi - E\|}\psi_\xi^\pm. \tag{19}$$

Его норма и псевдонорма [1] равны

$$\left\|\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right\| = 1,\ \left\langle\left\langle\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right\rangle\right\rangle = i\frac{\|H\|}{\|\xi - E\|}. \tag{20}$$

Бикватернион его энергии-импульса [1]

$$\Xi(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm) = W(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm) + iP(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm) = \mathbf{\Psi}_\xi^\pm \circ \left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)^*$$

равен:

$$\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right) = 1 - i\frac{[e_{\xi-E}, H] \mp e_{\xi-E}\sqrt{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2}}{\|\xi - E\|}, \quad e_{\xi-E}\frac{\xi - E}{\|\xi - E\|}. \tag{21}$$

Норма и псевдонорма $\Xi_\xi$ равны

$$\left\|\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)\right\| \sqrt{1 + \frac{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2\cos^2\gamma}{\|\xi - E\|^2}},$$

$$\left\langle\left\langle\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)\right\rangle\right\rangle = \sqrt{1 - \frac{\|\xi - E\|^2 - \|H\|^2\cos^2\gamma}{\|\xi - E\|^2}},$$

где $\gamma$ угол между векторами $e_{\xi-E}, H$. Интересно, что при $\gamma = \pm\pi/2$

$$\left\langle\left\langle\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)\right\rangle\right\rangle = 0, \quad \left\|\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)\right\| = \sqrt{2}.$$

Наиболее простой вид $\mathbf{\Psi}_\xi^\pm$ и $\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)$ имеют при $H = 0$ :

$$\begin{gathered}\mathbf{\Psi}_\xi^\pm = \frac{\pm i + e_{\xi-E}}{\sqrt{2}}\exp\left(\pm i\tau\,\|\xi - E\| - i(x, \xi)\right), \\ \left\|\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right\| 1, \quad \left\langle\left\langle\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right\rangle\right\rangle = 0; \\ \Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right) = 1 \pm e_{\xi-E}, \\ \left\|\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)\right\| = \sqrt{2}, \quad \left\langle\left\langle\Xi\left(\mathbf{\Psi}_\xi^\pm\right)\right\rangle\right\rangle 0.\end{gathered} \tag{22}$$

Если $\xi = E$, из скалярного потенциала (18) получим элементарный $E$-спинор:

$$\mathbf{\Psi}_E^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{D}_F^-\psi_E^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\pm i\,\|H\| - (2E + iH)\right\}\psi_E^\pm,$$

$$\begin{gathered}\left\|\mathbf{\Psi}_E^\pm\right\| = \sqrt{2\,\|E\|^2 + \|H\|^2}, \quad \left\langle\left\langle\mathbf{\Psi}_E^\pm\right\rangle\right\rangle = i\sqrt{2}\,\|E\|\,, \\ \mathbf{\Xi}\left(\mathbf{\Psi}_E^\pm\right) = 2\,\|E\|^2 + \|H\|^2 \pm 2i\,\|H\|\,E.\end{gathered}$$

Элементарные $\xi$-спиноры описывают восьмимерные плоские гармонические волны, движущиеся вдоль вектора $\xi$, с определенной амплитудой по каждой составляющей скалярной и векторной действительной и мнимой части спинора. Направление движения определяется верхним либо нижним знаком спинора и влияет на амплитуду волны.

## 6 Нестационарные спинорные поля.

Используя $\mathbf{\Psi}_\xi^\pm$ можно представить $\mathbf{B}^0(\tau, x)$ в виде суммы спиноров вида:

$$\mathbf{B^0}(\tau, \mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{C^0}(\tau,\mathbf{x})} \mathbf{\Psi}^\phi(\tau, \mathbf{x}) * \mathbf{C^0}(\tau, \mathbf{x}), \tag{23}$$

$$\mathbf{\Psi}^\phi(\tau, x) = \int_S \phi(\xi)\mathbf{\Psi}_\xi(\tau, x)dS(\xi), \quad \forall\phi \in L_1(S).$$

Скалярно-векторные поля $\mathbf{C}^0(\tau, x)$ тоже произвольные, допускающие такие свертки, в том числе могут быть из класса сингулярных обобщенных функций.

## Заключение.

Здесь показано, что для спиноров существуют порождающие их скалярные потенциалы. Решения спинорного уравнения представляются в виде поверхностных и контурных интегралов от элементарных потенциалов, выражаемых через экспоненциальные функции, и содержат также достаточно произвольные подынтегральные функции. От этих представлений нетрудно перейти к представлению спиноров с использованием функций Бесселя и сферических гармоник, если выбирать соответственно интегральным разложениям этих специальных функций. В этом случае можно получить счетное число еще более элементарных спиноров, которые можно использовать в теории элементарных частиц.

Однородное уравнение (1) также можно рассматривать как частный случай уравнения трансформации масс-зарядов, электрических и гравимагнитных токов во внешнем электро-гравимагнитном поле [6, 7], напряженность которого описывается структурным коэффициентом биволнового уравнения - комплексным вектором $F = E + iH$, где $E$ описывает напряженность электрического поля, а $H$ – гравимагнитного. В этом случае можно исследовать влияние внешних полей на трансформацию масс-зарядов и токов ЭГМ-среды.

## Литература

[1] Алексеева Л.А. Дифференциальная алгебра бикватернионов в уравнениях математической физики // *Гиперкомплексные числа и их приложения в геометрии и физике.* Т.9, 2012, №2(18), с.1-25.

[2] Alexeyeva L.A. Biquaternions algebra and its applications by solving of some theoretical physics equations // *Clifford Analysis, Clifford algebras and their applications.* V.7, 2012, No.1, p.19-39.

[3] Алексеева Л.А.Дифференциальная алгебра бикватернионов. 3. Уравнение Дирака и его обобщенные решения //*Математический журнал.* Т.11, 2011, №1, с.33-41.

[4] Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики, М., ФИЗМАТЛИТ, 2001, 576 с.

[5] Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. М., «Наука», 1976, 512с.

[6] Алексеева Л.А. Уравнения взаимодействия А-полей и законы Ньютона // *Известия НАН РК. Серия физико-математическая.* 2004, №3, с.45-53.

[7] Алексеева Л.А. Полевые аналоги законов Ньютона для одной модели электро-гравимагнитного поля // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике.* Т.6, 2009, №1, с. 122-134.

# BIWAVE EQUATION WITH VECTOR STRUCTURAL COEFFICIENT AND ITS GENERALIZED SOLUTIONS

**L.A. Alexeyeva**

*Institute of Mathematics and Mathematical Modeling,*
*Ministry of Education and Science, Republic of Kazakhstan, Almaty, Kazakhstan*

alexeeva@math.kz

The biquaternionic wave equation with vector structural coefficient is investigated . With use of the theory the generalized functions and scalar potentials the fundamental and generalized solutions of this equation are constructed at any regular or singular right part. The wave and energy properties of elementary decisions are investigated.

**Key Words:** biwave equation, generalized solutions, generalized functions, scalar potentials.