

ЛОКАЛЬНЫЙ ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ШУМОПОДОБНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ МЕТОДОМ ВСЕХ СОЧЕТАНИЙ

В.А. Панчелюга, М.С. Панчелюга

НИИ Гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия
Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН, Пущино, Россия
panvic333@list.ru

В работе развит локальный фрактальный анализ нестационарных временных рядов методом всех сочетаний. Данный метод [1] синтезировал в себе идеи вычисления фрактальной размерности методом минимальных покрытий [2] и анализ временных рядов с использованием гистограммного метода [1]. Анализ гистограммного метода показывает, что с его помощью возможно выявление закономерностей, необнаружимых обычными методами исследования временных рядов (корреляционный анализ, спектральный анализ, дисперсионный анализ и т.п.). Доказывается, что фрактальной размерности, вычисленной с использованием метода всех сочетаний присущи все особенности гистограммного метода в том числе и локальность – возможность ее вычисления с достаточной точностью для коротких (30-60 точек) отрезков временных рядов. Данное свойство дает возможность анализа нестационарных шумоподобных временных рядов.

Ключевые слова: фрактальная размерность, временные ряды, шумы, локальный анализ временных рядов, метод минимальных покрытий.

1 Введение

При исследовании экспериментальных временных рядов объектами анализа, как правило, являются мгновенные значения временного ряда, средние значения, дисперсия, моменты высших порядков. В настоящей работе исходным экспериментальным материалом будут шумоподобные временные ряды. Такие ряды, как например, флуктуации в скорости распада радиоактивных изотопов часто принимаются за эталон случайности. И случайными они являются с точки зрения перечисленных выше методов. Задачей, которую мы ставим перед собой, является исследование и разработка методики анализа шумоподобных временных рядов, которые в, казалось бы, абсолютной случайности этих рядов, позволили найти определенный порядок, например, некоторые устойчивые периоды. Для решения этой задачи мы будем анализировать то, что можно было бы назвать определенным типом “порядка” скрытом в шумоподобном временном ряду.

Одним из наиболее известных методов анализа скрытого в выборке временного ряда порядка является фрактальная размерность [3-4], берущая свое начало в работе [5] и введенная в научный обиход многочисленными трудами Бенуа Мандельброта [4], который рассматривал ее как способ, который “позволяет обнаружить порядок в кажущемся беспорядке” [с.36, 5], как способ, который позволяет отвоевать у хаоса часть порядка.

Второй, намного менее известный метод, который также основан на анализе скрытого во временном ряду порядка – гистограммный метод [1, 8]. В нем исследуемый тип порядка выявляется путем анализа попарного подобия форм сглаженных гистограмм, построенных по коротким (30-60 точек) отрезкам шумоподобных временных рядов.

В отличие от высокоформализованных методов фрактального анализа использование гистограммного метода основано на экспертном сравнении, что значительно сужает область его применимости. Необходимо отметить, что несмотря на более чем 30-летнюю

историю его применения, метод попарного сравнения формы гистограмм остается, по сути, набором правил, найденных эмпирически и реализуемых путем экспертного сравнения. Последнее обстоятельство создает множество затруднений как при решении практических задач анализа временных рядов, так и в задачах обоснования достоверности полученных результатов. И, как будет показано далее, существуют определенные принципиальные ограничения в использовании экспертного сравнения при анализе временных рядов. Выход за рамки этих ограничений приводит к появлению чисто субъективных ошибок, связанных с особенностями человеческого восприятия.

С другой стороны, принципиально использующий короткие отрезки временных рядов гистограммный метод исходно является локальным, в отличие от фрактальной размерности для точного определения которой необходимы на несколько порядков большие объемы выборки. Свойство локальности является очень важным для многих практически интересных задач. Также можно показать, что периоды, которые могут быть выявлены данным методом остаются необнаружимыми при использовании привычных методов анализа временных рядов, как например, спектральный анализ, корреляционный анализ и т.п. Упомянутые особенности гистограммного метода, на наш взгляд, являются очень ценными и поэтому в настоящей работе мы попытаемся выявить основные свойства данного метода с тем, чтобы, в дальнейшем, использовать их при создании автоматического метода анализа временных рядов, который будет свободен от ограничений и ошибок связанных с экспертным сравнением.

Так как оба метода – фрактальная размерность и гистограммный метод основаны на анализе скрытого в отрезке шумоподобного временного ряда порядка, то мы попытались создать метод, который синтезировал бы в себе, с одной стороны, формальный характер вычисления фрактальной размерности и, с другой стороны, свойства гистограммного метода о которых шла речь выше.

Основная сложность такого синтеза до недавнего времени состояла в том, что вычисление, с приемлемой точностью, фрактальной размерности требует, как правило, использования временных рядов на порядки большей длины чем длина отрезка временного ряда, используемого для построения гистограмм. Эту проблему удалось решить отталкиваясь от идей, изложенных в работах [2, 9-11], где был предложен и развит метод расчета фрактальной размерности по малым (десятки точек) выборкам. Дальнейшее развитие этого метода, представленное в настоящей работе, позволило сконструировать алгоритм вычисления фрактальной размерности, пригодный для решения поставленной нами задачи.

В работе [1] нами впервые была предложена методика локального фрактального анализа шумоподобных временных рядов с использованием метода “всех сочетаний” (МВС) в которой, отталкиваясь от идей содержащихся в [2, 9-11], удалось объединить формальный характер фрактального анализа со свойствами гистограммного метода.

В результате была разработана методика локального фрактального анализа шумоподобных временных рядов с использованием метода “всех сочетаний” (МВС), которая вобрала в себя идеи вычисления фрактальной размерности по малым выборкам, содержащиеся в методе минимальных покрытий [2, 9-11], и методику анализа шумоподобных временных рядов при помощи гистограммного метода (ГМ). Данная методика обеспечивает определение фрактальной размерности для коротких (десятки точек) отрезков шумоподобных временных рядов, что создает основу для их локального фрактального анализа.

В работе [1] были приведены отдельные примеры анализа шумоподобных временных рядов, повторяющие результаты анализа гистограммным методом с использованием экспертного сравнения. В силу высокой трудоемкости экспертного сравнения его результаты, как правило, основаны на небольшом объеме экспериментального материала, что имеет следствием низкую статистическую значимость получаемых результатов. В силу этого, повторение результатов экспертного сравнения компьютерными методами на эксперимен-

тальном материале, который использовался экспертом, говорит, скорее о том, что работа данных методов аналогична работе эксперта и подтверждает полученные им на данном материале результаты, но в силу те же причин, не может рассматриваться как надежное подтверждение обнаруживаемого экспертом эффекта. Т.е. результаты, полученные на небольшом экспериментальном материале не всегда могут быть повторены на другом экспериментальном материале. Одна из причин этого, как будет показано далее, кроется в большой изменчивости регистрируемых периодов. Существование того или иного эффекта, его воспроизводимость, должно рассматриваться на достаточно большом объеме экспериментальных данных, обеспечивающем должную статистическую значимость получаемых результатов. Отсутствие подобного рассмотрения, на наш взгляд, является основной причиной того, что существование закономерностей, обнаруженных в рамках изучения феномена макроскопических флуктуаций [12-15], рассматривается, как дискуссионное.

2 Гистограммный метод

2.1 Исходный экспериментальный материал.

Как отмечено во Введении, исходным экспериментальным материалом, используемым в данной работе, являются шумоподобные временные ряды. Поясним на нижеследующем примере, что в этом случае имеется в виду. Предположим, у нас есть простейшая электрическая цепь, состоящая из сопротивления и источника напряжения. Пусть любые внешние воздействия на рассматриваемую электрическую цепь полностью исключены. Ток в такой цепи с высокой точностью будет равен некоторой постоянной величине. Также предположим, что мы последовательно проводим измерения тока в цепи, причем, каждый раз со все большей чувствительностью. Тогда, при достижении определенной чувствительности, мы заметим, что величина тока, вначале казавшаяся нам постоянной, в действительности подвержена некоторым флуктуациям. Достигнув, таким образом, чувствительности при которой флуктуации тока, вначале казавшегося нам постоянным, становятся “видимыми” для нашего прибора, мы можем делая последовательные измерения с заданной чувствительностью получить временной ряд величин флуктуаций тока в цепи. Такие временные ряды величин флуктуаций в протекании различных природных процессов и являются нашим исходным экспериментальным материалом. Это то, что мы называем – шумоподобные временные ряды.

Очевидно, что используя соответствующую измерительную процедуру возможно зарегистрировать флуктуации, которые, как известно, сопровождают протекание любого природного процесса. Особо отметим, что речь идет о временных рядах флуктуаций именно *природных* процессов. Их получение, в большинстве случаев, достаточно сложная задача, требующая, с одной стороны, построения высокочувствительных, широкополосных измерительных систем, а с другой – принятия специальных мер по устранению внешних воздействий на исследуемый флуктуационный процесс.

Обычно считается, что наиболее общими причинами флуктуаций являются дискретность материи, тепловое движение, случайный характер микроскопических процессов, лежащих в основе исследуемого макроскопического процесса. Совокупность этих причин ведет к тому, что временные ряды флуктуаций, как правило, являются абсолютно случайными, с точки зрения стандартных статистических методов. Поэтому считается, что ни отдельные измерения, ни короткие (десятки точек) отрезки временного ряда флуктуаций не позволяют извлечь к.-л. достоверную информацию. Для этого нужны достаточно длинные (тысячи и более точек) отрезки, дающие возможность точного определения статистических параметров.

2.2 Методика обработки экспериментальных данных

Рассмотрим методику обработки экспериментальных данных, на которой основано обнаружение основных эффектов феномена макроскопических флуктуаций. Данная методика основана на методе попарного сравнения формы гистограмм и ее условно можно подразделить на три этапа: 1) преобразование исходного шумоподобного временного ряда в последовательность сглаженных гистограмм; 2) попарное сравнение гистограмм и построение, основанного на результатах экспертного сравнения, распределения интервалов; 3) анализ полученного распределения интервалов. Описание 1) – 3) дано в [8, 13]. Более детальное описание гистограммного метода, его свойства, специфика, уникальность для анализа временных рядов будут рассмотрены в последующих разделах.

2.2.1 Преобразование исходного временного ряда флуктуаций в последовательность сглаженных гистограмм

Первый этап метода – построение последовательности сглаженных гистограмм - иллюстрирует рис. 1. На рис. 1А представлен исходный шумоподобный временной ряд флуктуаций некоторого природного процесса $\vec{D} = \{d_i | i = \overline{1, N}\}$ длиной N . Этот ряд, разбивается на короткие отрезки $\vec{d} = \{d_i | i = \overline{1, n}\}$ длиной $n \dots N$, состоящие из множества отдельных измерений d_i .

На рис. 1В, в качестве примера, приведены четыре отрезка $\vec{d}_j, j = \overline{1, 4}, n = 100$, являющиеся увеличенной копией первых четырех отрезков на рис. 1А. Каждый \vec{d}_j преобразуется в соответствующую ему несглаженную гистограмму: $\vec{H}_j = \hat{h}\vec{d}_j = \hat{h} \{d_i | i = \overline{1, n}\}_j$, где под \hat{h} понимается алгоритм построения гистограммы. Полученные для каждого из отрезков \vec{d}_j гистограммы \vec{H}_j , приведены на рис. 1С. После этого, каждая гистограмма, алгоритмом \hat{S} , сглаживается s раз k -точечным прямоугольным окном. Величины s и k зависят от свойств исходного ряда и, в первую очередь, от значения его дисперсии. Чаще всего используются $k = 4$ и $s = 3 \div 15$. Результаты сглаживания гистограмм, представленных на рис. 1С показаны на рис. 1D.

Необходимо отметить, что полученные выше гистограммы являются, по сути, спектрами амплитуд флуктуаций, в том смысле, что их форма отражает информацию о том сколько флуктуаций и какой амплитуды было зарегистрировано на \vec{d}_j . Иногда также используется термин “распределение амплитуд флуктуаций”. Хотя, в строгом статистическом смысле для используемых коротких отрезков временных рядов функция распределения не существует.

В результате применения описанной выше процедуры построения гистограмм, графически представленной на рис. 1, исходный ряд флуктуаций, рис. 1 А, преобразуется в последовательность гистограмм, рис. 1 D у которых появляется новый параметр – форма (часто используется также термин – тонкая структура или ТС): $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_j = \hat{S}\hat{h} \{d_i | i = \overline{1, n}\}_j$. Подобие $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i \sim \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$ или непохожесть $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i \not\sim \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$ формы пары сглаженных гистограмм $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i$ и $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$ устанавливается в процессе попарного сравнения. Здесь $l, j = \overline{1, M}$, где M – целая часть от N/n . Необходимо особо отметить, что имеется в виду именно подобие формы гистограмм $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i \sim \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$, а не точное их совпадение $\hat{S}\hat{h}\vec{d}_i = \hat{S}\hat{h}\vec{d}_j$.

Для более ясного представления о том, что имеется в виду под термином “форма гистограмм” рассмотрим процесс сглаживания по мере увеличения числа сглаживаний s . На рис. 4 видно, что в данном случае уже после 5-кратного сглаживания выявляется характерная форма гистограммы, которая практически не изменяется вплоть до $s = 17 - 25$. Т.к. в гистограммном методе оценивается подобие формы гистограмм, а не их точное совпадение, то можно говорить, что все гистограммы в диапазоне $s = 5 - 17$ подобны между собой. Приведенный на рис.4 пример иллюстрирует свойство “устойчивости” формы ги-

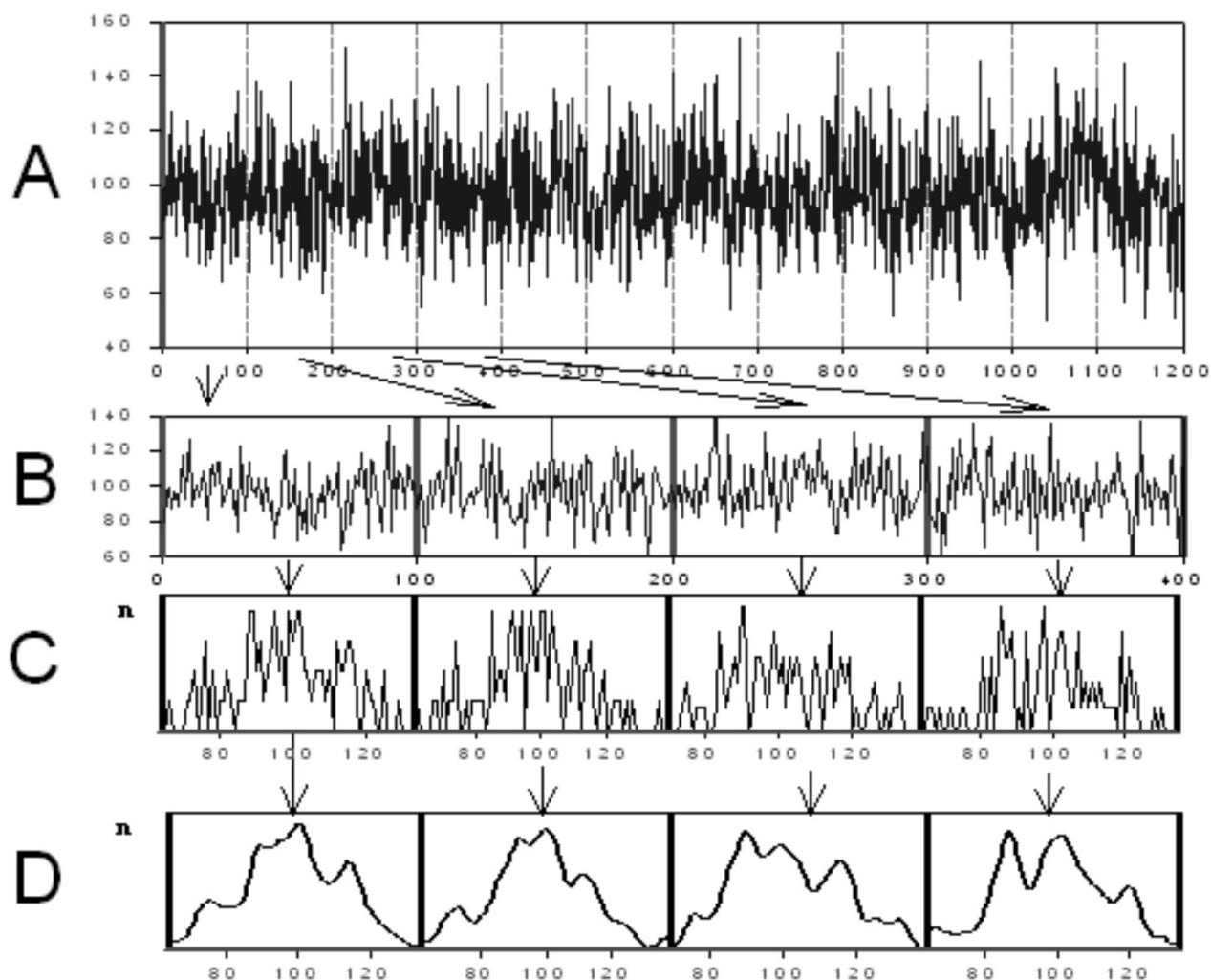


Рис. 1: Методика построения гистограмм. А – исходный временной ряд флуктуаций, В – отрезки временного ряда, используемые для построения гистограмм, С – несглаженные гистограммы, D – сглаженные гистограммы.

стограммы к процессу сглаживания. В силу подобия гистограмм для $s = 5 - 17$ мы можем говорить, что форма гистограммы остается неизменной в этом диапазоне и инвариантна относительно процесса сглаживания.

В заключение раздела о преобразовании исходного временного ряда флуктуаций в последовательность сглаженных гистограмм, рассмотрим вопрос о длине отрезка временного ряда, используемого для построения гистограмм. Т.к. гистограммный метод основан на анализе попарного сходства формы гистограмм, то нам необходимо определить верхнюю и нижнюю границу длины отрезка для которого возможно существование такого параметра, как форма гистограммы.

Очевидно, что значение нижней границы должно определяться моментом возникновения такого параметра, как форма гистограмм: для гистограмм, построенных по отрезкам временного ряда длина которых меньше минимальной, понятие формы отсутствует, а сама гистограмма представляет собой последовательность нулей и единиц. Этот случай иллюстрирует рис. 5. Очевидно, что мы можем говорить об отсутствии такого понятия, как “форма гистограммы” для значений $n = 5 \dots 10$. Случай $n = 15 \dots 30$ можно рассматривать как граничный. Для $n \geq 30$ уже можно говорить о форме гистограммы. Видно, что форма, полученная при $n = 30$ является достаточно устойчивой и сохраняется до значе-

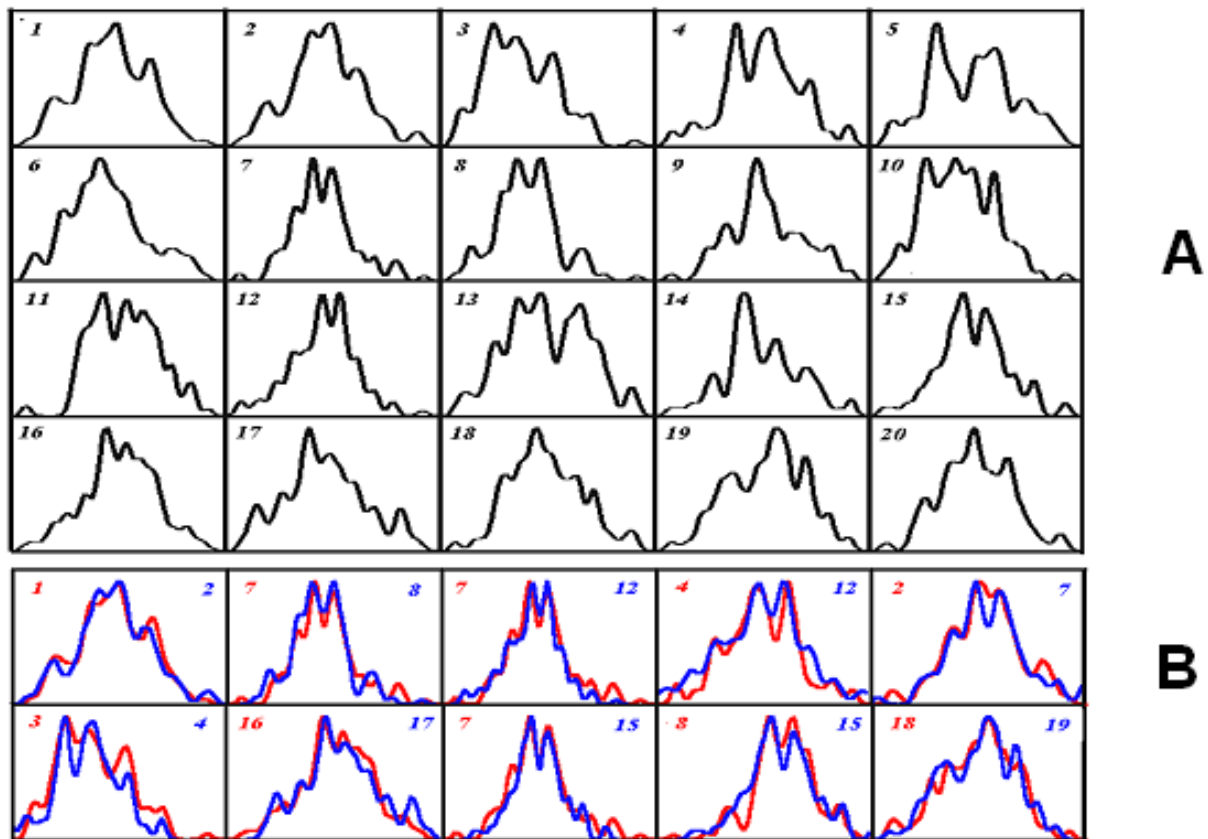


Рис. 2: Исходная последовательность гистограмм, аналогичная таковой на рис. 1 D, и примеры пар гистограмм, рассматриваемых, экспертом как похожие.

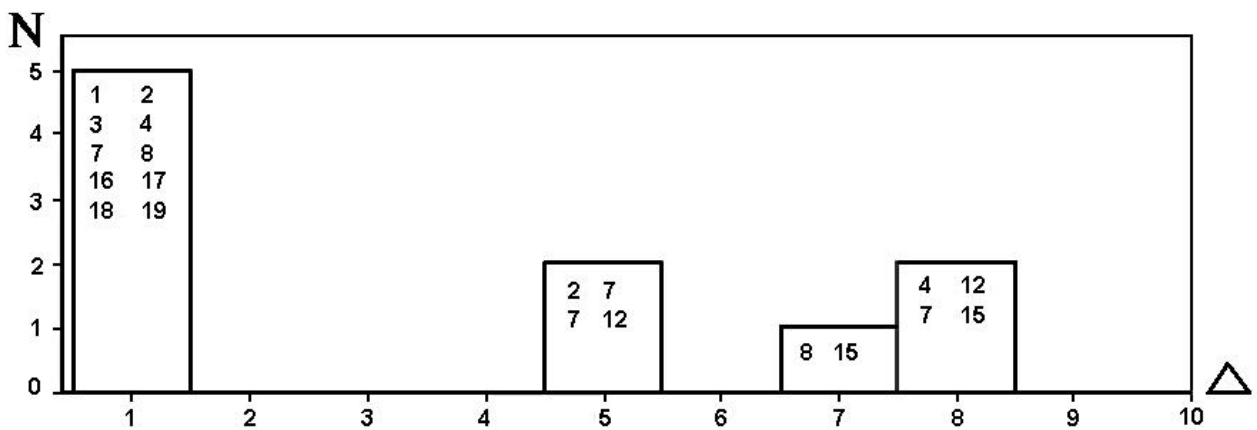


Рис. 3: Пример построения распределения интервалов для последовательности гистограмм, приведенной на рис. 2.

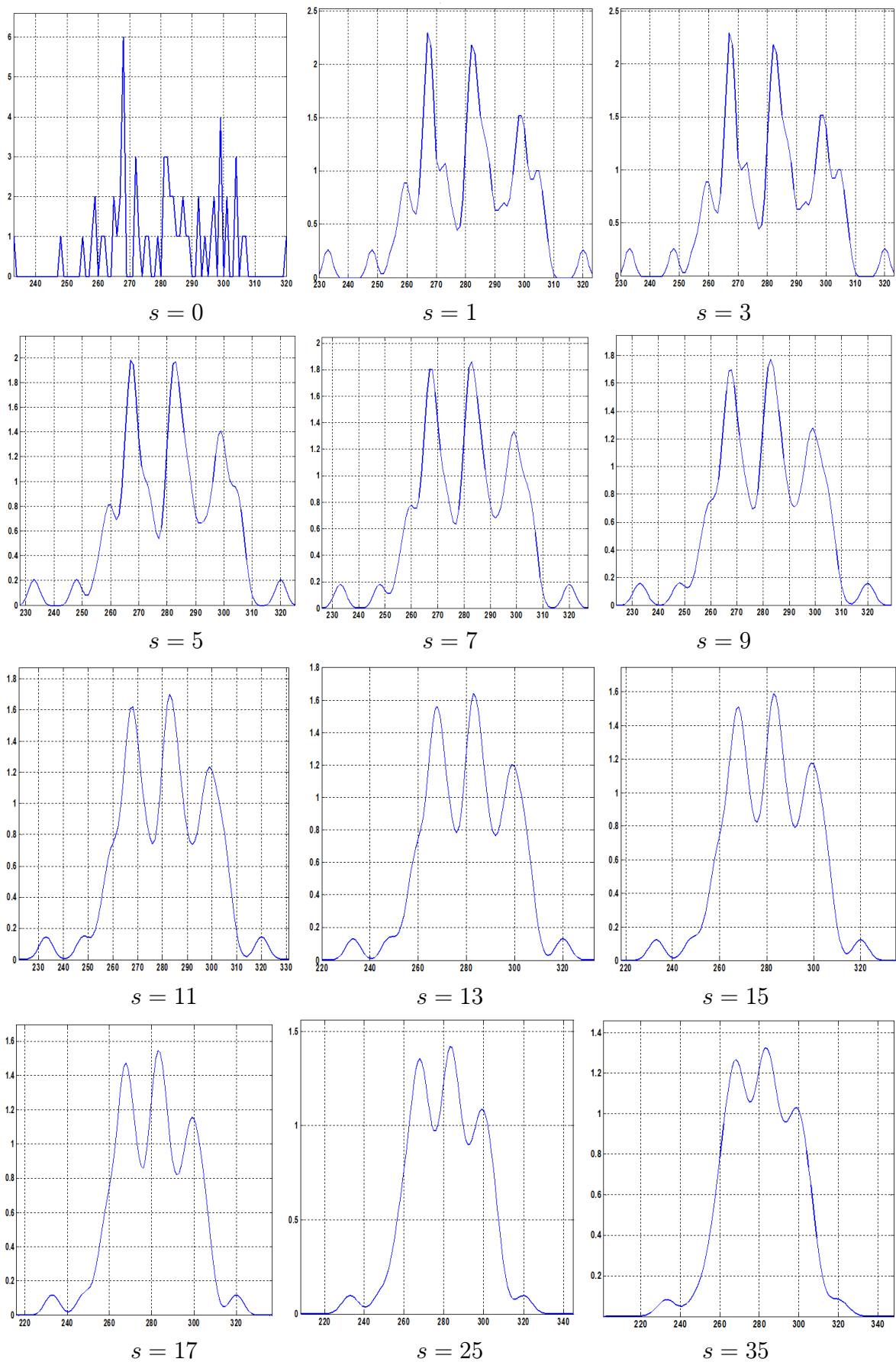


Рис. 4: Проявление определенной формы гистограммы при многократном сглаживании “скользящим суммированием”. Указано число сглаживаний, s . По абсциссам – число сосчитанных альфа-частиц. По ординатам число измерений, соответствующее данной величине альфа-активности.

ний $n = 75 \dots 100$. При дальнейшем увеличении n форма гистограммы начинает терять детали, сглаживается и для $n \geq 200$ мы можем говорить, что все гистограммы подобны между собой..

Верхняя граница отрезка временного ряда, для которого сохраняется понятие формы гистограммы, очевидно должна быть меньше значения длины отрезка, когда форма гистограммы начинает приближаться к генеральному распределению, существующему для данного временного ряда. В этом случае, с учетом сглаживания, все гистограммы будут одновершинные и их формы, как отмечалось, будут подобны между собой. Этот случай на рис. 5 реализуется для $n \geq 200 \dots 220$.

Начиная с указанных значений применение гистограммного метода теряет всякий смысл, в силу того, что все гистограммы подобны между собой и их форма стремится к генеральному распределению, о форме которого с очевидностью можно судить для $n \geq 100000 \dots 1000000$, рис.5.

Таким образом, гистограммный метод “живет” внутри границ, которые, с одной стороны, определяются возможностью появления такого понятия, как “форма гистограммы”, а с другой стороны – формы получаемых гистограмм должны достаточно “далеко” отстоять от момента, когда они все подобны форме генерального распределения.

Из приведенного на рис. 5 примера следует, что значения $n = 30 \div 75$ в наибольшей степени соответствуют диапазону значений n , для которых существует такой параметр, как форма гистограммы.

Как правило, в случае мониторинга флуктуаций некоторого природного процесса, значения d_i измеряются каждую секунду, поэтому, из соображений удобства, в практике применения гистограммного метода наиболее часто используются значения $n = 30$ и $n = 60$.

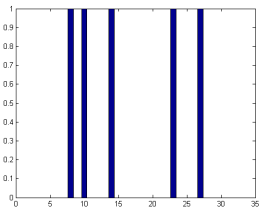
Хотелось бы, в связи с проведенным рассмотрением, основанным на рис. 5 особо подчеркнуть то, что гистограммный анализ временных рядов является локальным по своей природе. Действительно, с увеличением числа точек, используемых для построения гистограммы, мы приходим к глобальной характеристике данного временного ряда – его генеральному распределению. Гистограммный метод, как было показано, принципиально использует такие длины отрезков временного ряда, для которых генеральное распределение не существует.

Необходимо также отметить, что число разрядов гистограммы, определяется диапазоном изменения измеряемой величины на отрезке временного ряда, используемого для построения гистограммы. Как правило, измеряемые величины выражаются целыми числами (например, число распадов радиоактивного изотопа в единицу времени), или пересчитываются в целочисленные значения. Поэтому диапазон изменения измеряемой величины всегда точно соответствует числу разрядов гистограммы.

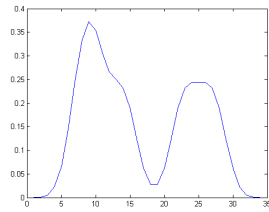
2.2.2 Сравнение гистограмм и построение распределения интервалов. Анализ полученного распределения интервалов

Заключительной стадией второго этапа является построение распределения интервалов $I(\Delta)$ между парами подобных гистограмм. Под Δ , понимается величина временного интервала, разделяющего пару сравниваемых гистограмм во временном ряду. Экспертная оценка, являясь двузначной, имеет своим результатом заключение о подобии или непохожести пары гистограмм, $\eta(l, j)$:

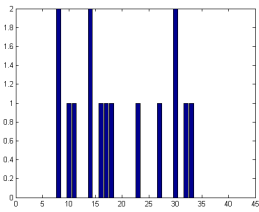
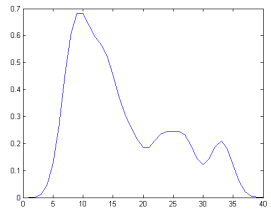
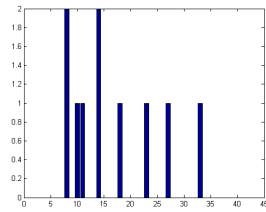
$$\eta(l, j) = \begin{cases} 1, & \hat{S}h\vec{d}_l \sim \hat{S}h\vec{d}_j, \\ 0, & \hat{S}h\vec{d}_l \not\sim \hat{S}h\vec{d}_j. \end{cases} \quad (1)$$



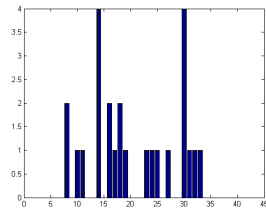
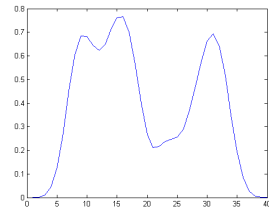
$n = 5$



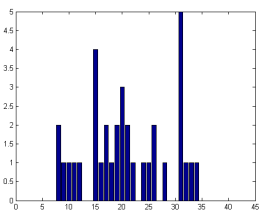
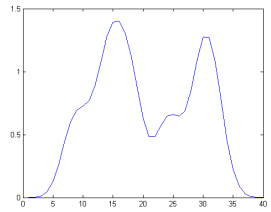
$n = 10$



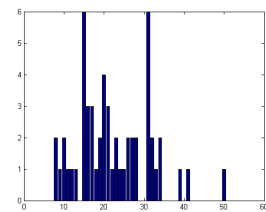
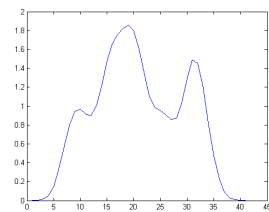
$n = 15$



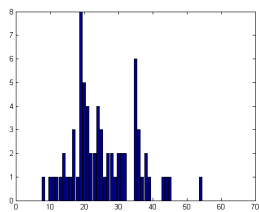
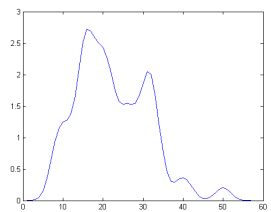
$n = 30$



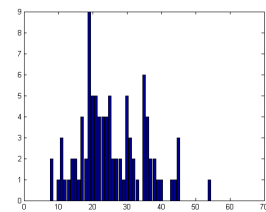
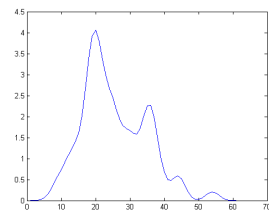
$n = 40$



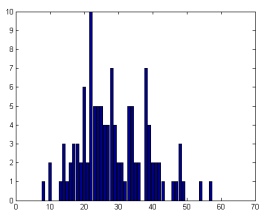
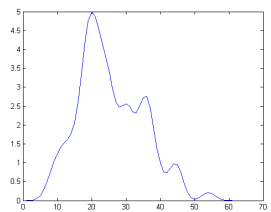
$n = 60$



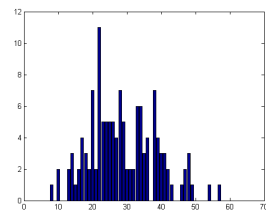
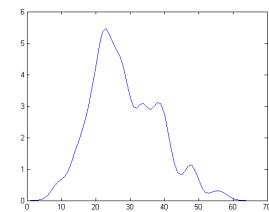
$n = 75$



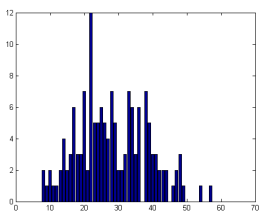
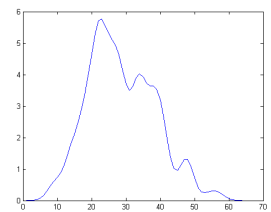
$n = 100$



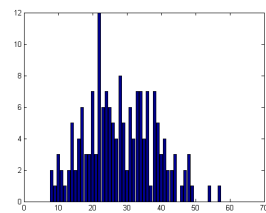
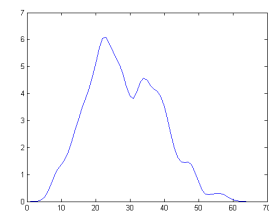
$n = 120$



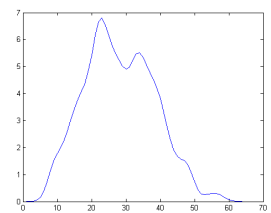
$n = 140$



$n = 160$



$n = 180$



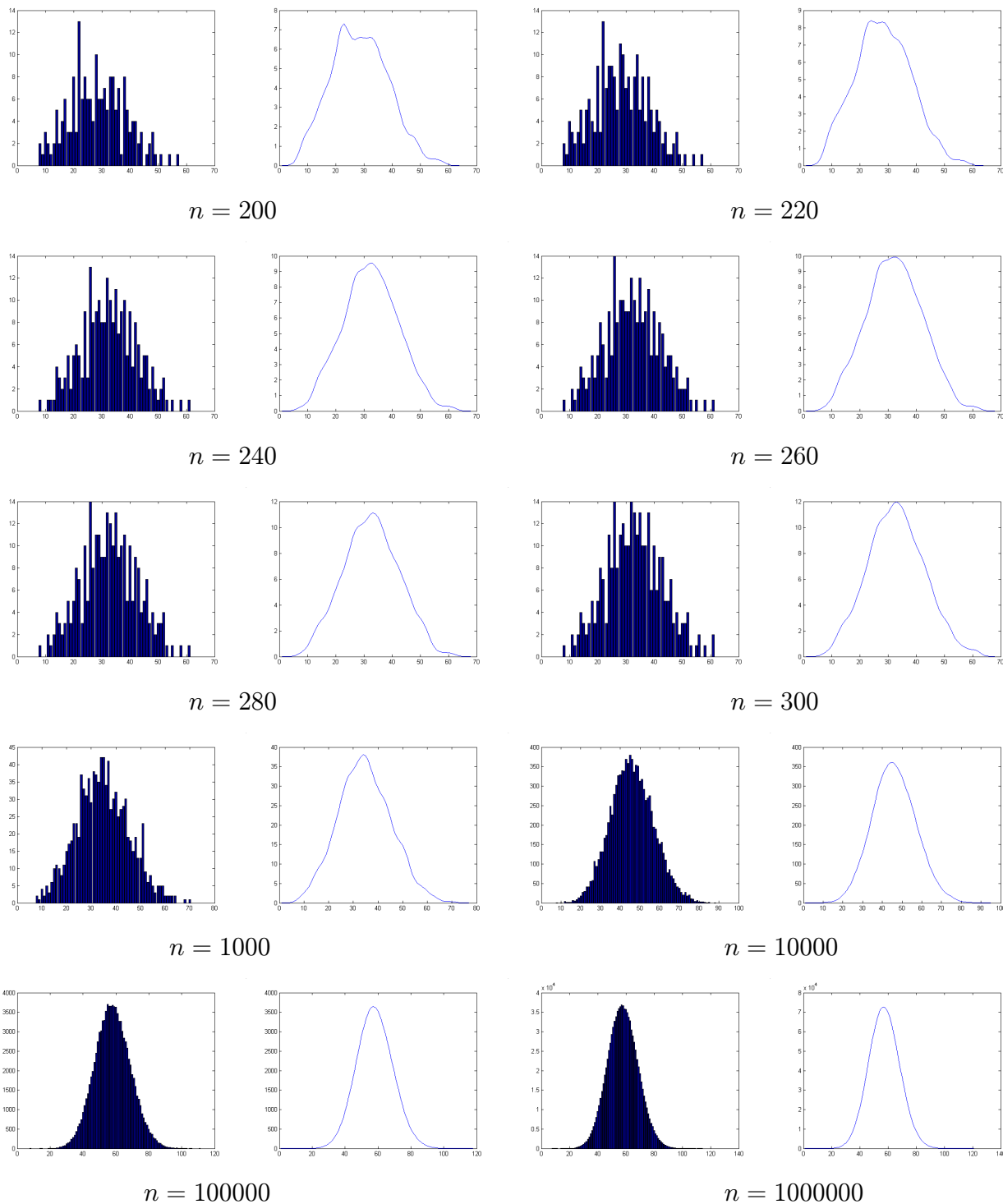


Рис. 5: Изменение формы гистограммы в зависимости от длины отрезка временного ряда n , используемого для ее построения. По абсциссам – число сосчитанных альфа-частиц. По ординатам число измерений, соответствующее данной величине альфа-активности.

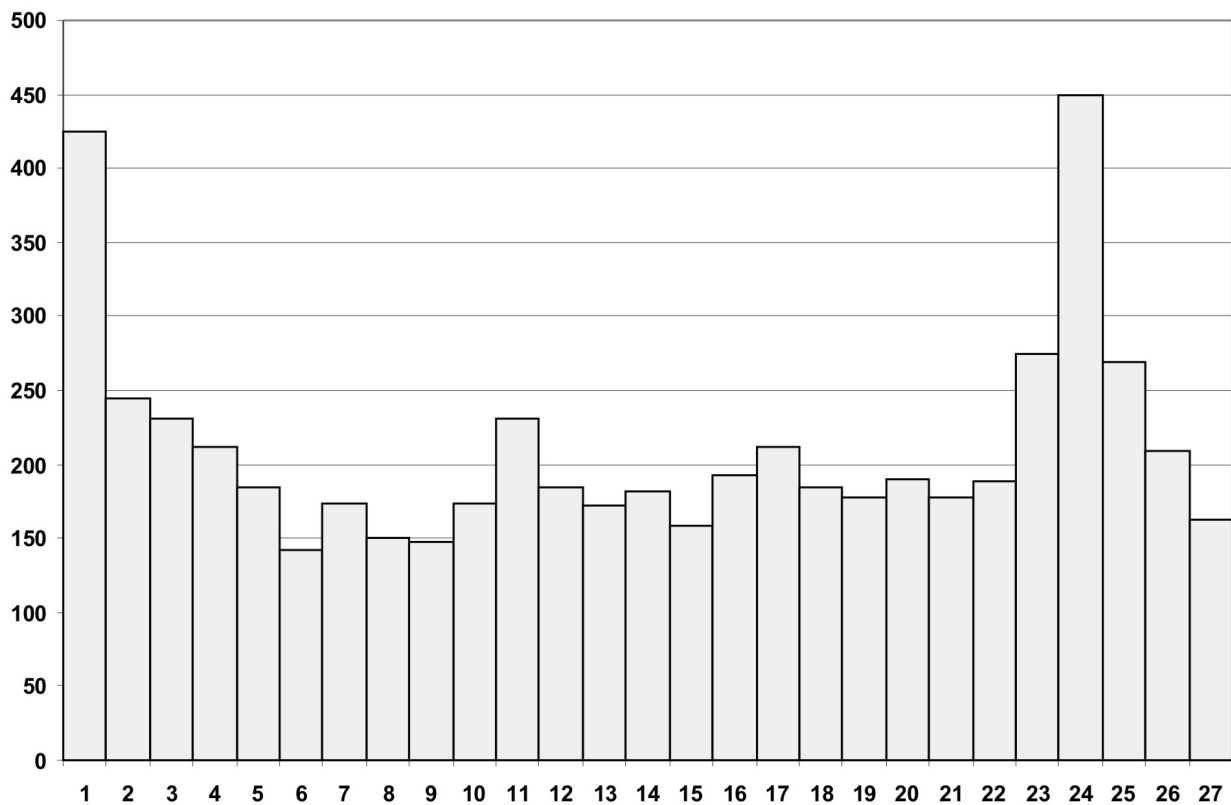


Рис. 6: Пример распределения интервалов, полученного в эксперименте по измерению флуктуаций скорости α -распада ^{239}Pu .

В первом случае, соответствующий интервал входит в распределение интервалов $I(\Delta)$ с весом равным единице, во втором – нулю:

$$I(\Delta) = \sum_{l=1}^M \sum_{j=1}^M \eta(l, j) \varepsilon(|l - j| - \Delta), \tag{2}$$

где

$$\varepsilon(x) = \begin{cases} 1, & x = 0, \\ 0, & x \neq 0. \end{cases} \tag{3}$$

На рис. 2А дан пример последовательности из $M = 20$ гистограмм, являющейся исходным материалом для процесса экспертного сравнения. Данная последовательность аналогична последовательности на рис. 1D. Каждая гистограмма в ней сравнивается со всеми другими гистограммами последовательности. В рассматриваемом случае необходимо произвести $M(M - 1)/2$ попарных сравнений. В случае двух различающихся последовательностей одинаковой длины необходимо M^2 сравнений. Так, для исследования последовательности приведенной на рис. 2А, необходимо 190 сравнений. Рис. 2В содержит 10 пар гистограмм из 190 возможных, которые, в результате экспертной оценки, найдены похожими.

В последовательности из $M = 20$ гистограмм, рис. 2А, имеются $M - \Delta = 15$ пар гистограмм разделенных интервалом $\Delta = 5$. Из них только две пары с номерами №2-№7 и №7-№12 найдены подобными. Следовательно, в результирующем распределении, Рис. 3, основанном на последовательности, показанной на рис. 2А, интервал №5 будет иметь значение равное двум. Аналогичные рассуждения можно провести также для интервалов №1, №7 и №8.

Необходимо отметить, что в процессе попарного сравнения тонкой структуры гистограмм допускаются линейные преобразования, не изменяющие их тонкую структуру: сдвиги, растяжения или сжатия и зеркальные отражения. Совпадающие пары гистограмм, показанные на рис.2В, приведены с учетом упомянутых линейных преобразований.

В качестве примера, на рис. 6 представлено распределение интервалов, полученное в результате экспертного сравнения в эксперименте по измерению флуктуаций скорости α -распада. На нем видны два пика, соответствующие интервалам №1 и №24, которые связаны с наличием т.н. эффекта ближней зоны и суточного периода. Наличие этих пиков указывает на то, что наиболее вероятно повторная реализация гистограмм сходной формы в ближайший соседний интервал времени (интервал №1) и через 24 часа (интервал №24). Здесь использованы 1-часовые гистограммы, построенные по 60-ти 1-мин измерениям флуктуаций скорости распада ^{239}Pu .

Распределение интервалов, являясь результатом процесса обработки экспериментальных данных, является основой дальнейшего анализа, на предмет выявления периодов, скрытых в шумоподобных временных рядах.

2.3 Основные свойства гистограммного метода

Как отмечено выше, к основным свойствам гистограммного метода можно отнести инвариантность результата попарного сравнения относительно линейных преобразований формы гистограмм. К таким преобразованиям относятся, уже упоминавшиеся, сдвиги:

$$\hat{S}\hat{h} \{d_i | i = \overline{1, n}\} = \hat{S}\hat{h} \{c + d_i | i = \overline{1, n}\}, \quad (4)$$

растяжения:

$$\hat{S}\hat{h} \{d_i | i = \overline{1, n}\} \sim \hat{S}\hat{h} \{c \cdot d_i | i = \overline{1, n}\}, \quad (5)$$

и зеркальные отражения:

$$\hat{S}\hat{h} \{d_i | i = \overline{1, n}\} \sim \hat{S}\hat{h} \{d_{\max} + d_{\min} - d_i | i = \overline{1, n}\}, \quad (6)$$

где c – константа, d_{\max} и d_{\min} – максимальное и минимальное значения d_i на $\{d_i(t) | i = \overline{1, n}\}$.

Одним из важнейших свойств гистограммного метода является следующее:

$$\{d_i | i = \overline{1, n}\} \hat{S}\hat{h} \{d_i | i = \overline{1, n}\}. \quad (7)$$

Выражение (7) означает, что переход от исходного отрезка временного ряда к гистограмме заданной формы является единственным, в то время как, обратный переход от гистограммы к исходному отрезку временного ряда становится неоднозначным: одной и той же гистограмме заданной формы будут соответствовать $n!$ отличающихся отрезков, полученных в результате перестановок элементов исходного отрезка. Так, для случая наиболее часто используемых гистограмм с $n = 60$, гистограмме одной и той же формы будут соответствовать порядка 10^{81} различающихся между собой 60-точечных отрезков.

Из свойства (7) следует что информация, получаемая при анализе временных рядов гистограммным методом не может быть получена такими привычными методами исследования, как, например, корреляционный или спектральный анализ. Действительно, из нечувствительности формы гистограмм к произвольным перестановкам внутри $\{d_i(t) | i = \overline{1, n}\}$ следует возможность задания практически любой корреляционной или спектральной зависимости во временном ряду из которого получается последовательность гистограмм для анализа. Данная последовательность будет одной и той же для различных видов корреляционной и спектральной зависимостей, получаемых в результате перестановок.

2.4 Заключение

Отметим основные свойства гистограммного метода. В первую очередь, он является методом *локального анализа* временных рядов и основан на результатах попарного сравнения *формы* сглаженных гистограмм, построенных по *коротким*, непересекающимся отрезкам исходного временного ряда. В процессе сравнения формы гистограмм допускаются их линейные преобразования, которые не влияют на подобие формы гистограмм. К таким преобразованиям относятся: *растяжения, сдвиги и зеркальные отражения*.

Тот факт, что форма гистограмм, а следовательно и подобие формы пары гистограмм, инвариантно относительно указанных линейных преобразований, указывает на то, что анализируемый в гистограммном методе параметр имеет неэнергетическую природу. Это следует из того, что связанные с линейными преобразованиями сдвиги гистограмм вдоль оси абсцисс тождественны преобразованиям энергии анализируемого процесса.

Одним из важнейших свойств гистограммного метода является *инвариантность формы гистограммы относительно перестановок* внутри отрезка временного ряда, используемого для ее построения. Данное свойство определяет специфику гистограммного метода: получаемые в результате гистограммного анализа результаты не могут быть получены обычными методами анализа временных рядов (спектральный анализ, корреляционный анализ и др.).

3 Локальный фрактальный анализ шумоподобных временных рядов “методом всех сочетаний”

Основная трудность сравнительного изучения гистограммного метода с методами, использующими фрактальную размерность, состоит в том, что последние требуют достаточно длинных временных рядов (тысячи точек) для определения фрактальной размерности с достаточной точностью. Т.е., методы, использующие фрактальную размерность, как правило, не могут, в отличие от гистограммного метода, осуществлять локальный анализ временных рядов. Использовать фрактальную размерность для локального анализа временных рядов стало возможно после [2], где был предложен алгоритм, позволяющий определение фрактальной размерности с приемлемой точностью на отрезках временных рядов длиной в десятки точек. Ниже кратко изложены идеи данного метода, и его дальнейшее развитие.

3.1 Вычисление фрактальной размерности методом минимальных покрытий

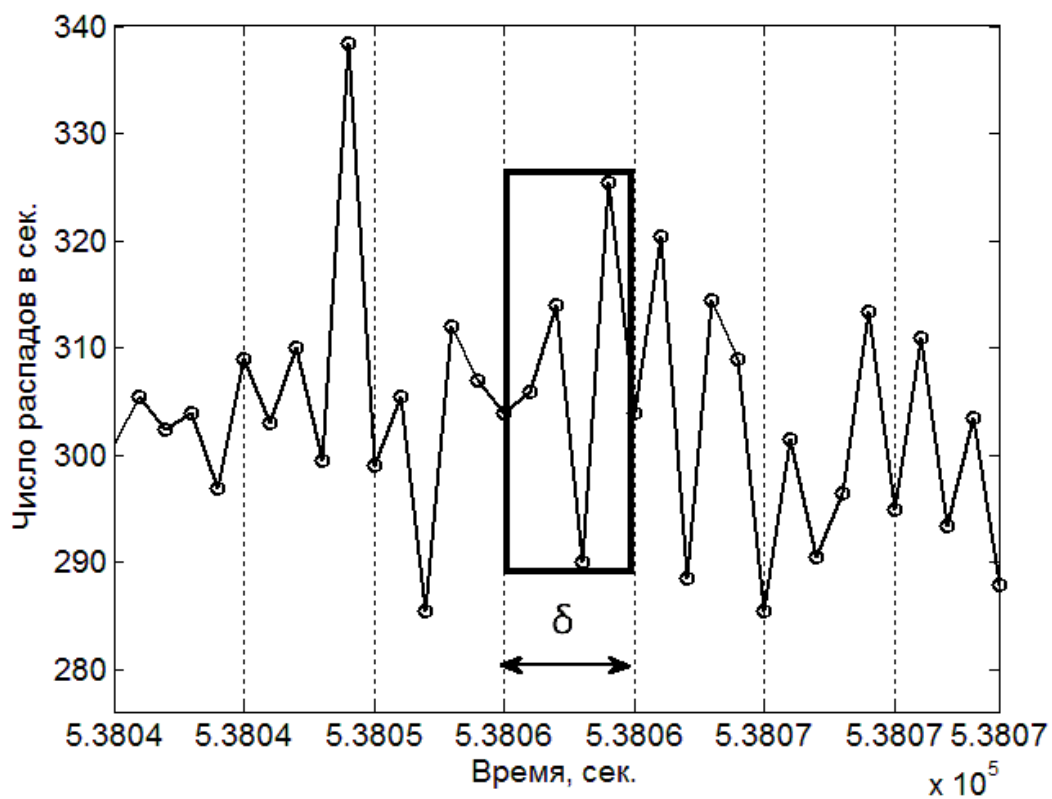
Вычисление фрактальной размерности методом минимальных покрытий сводится к следующему. Вводится равномерное разбиение отрезка $[d_i | i = \overline{1, n}]$ на m подотрезков величиной $\delta = n/m$ и строится его минимальное покрытие, т.е. такое покрытие прямоугольниками с основанием δ , которое обладает минимальной площадью, рис.7 а). Очевидно, что для этого высоты покрывающих прямоугольников $A_j(\delta)$, $j = \overline{1, m}$ должны быть равны разности между минимальным и максимальным значениями \vec{d} на отрезке δ :

$$A_j(\delta) = d_{\max}(i) - d_{\min}(i), \quad (8)$$

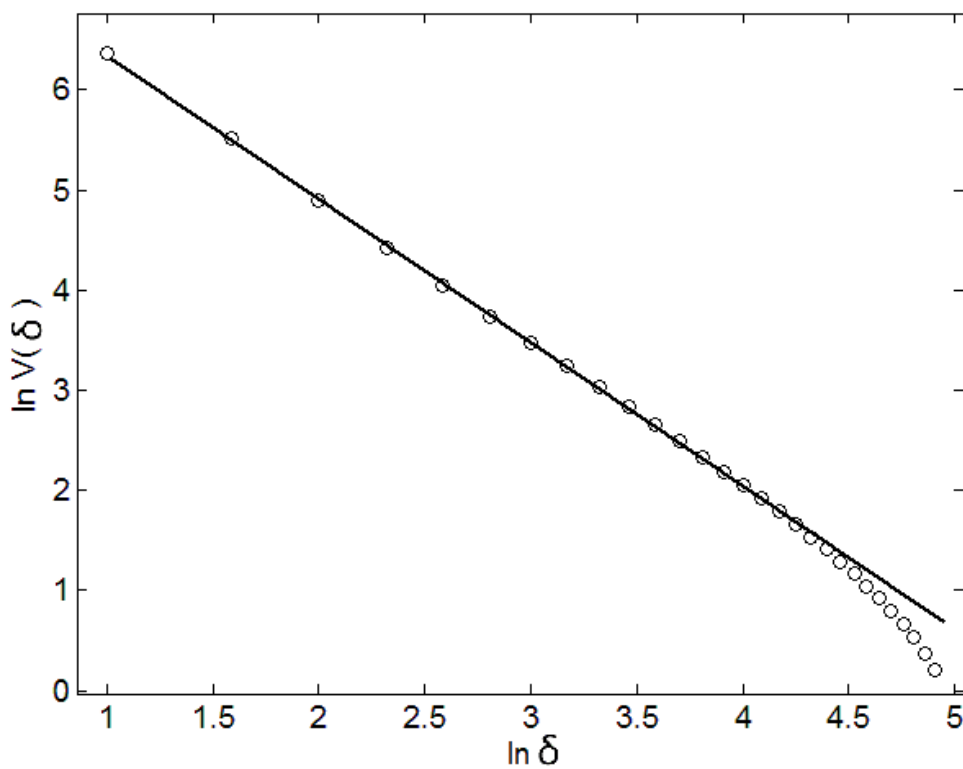
где $i \in [j, j + \delta]$, рис. 7 а). Затем, вводится величина

$$V(\delta) = \sum_{j=1}^m A_j(\delta), \quad (9)$$

называемая вариацией.



а)



б)

Рис. 7: Вычисление фрактальной размерности методом минимальных покрытий. Покрытие отрезка “минимальными” прямоугольниками с основанием δ , а); линейный участок $V(\delta)$ в двойном логарифмическом масштабе, б).

Тангенс угла наклона линейного участка зависимости $V(\delta)$ в двойном логарифмическом масштабе, рис. 1 б), имеет смысл фрактальной размерности, которую, согласно [2], принято называть размерностью минимального покрытия. Как показано в [2, 9-11], вариация $V(\delta)$ имеет быстрый выход на асимптотический режим, что дает возможность вычисления фрактальной размерности по малому числу точек.

3.2 Размерности минимальных покрытий присущи все основные свойства гистограммного метода

Выражения (4)-(7) дают основные свойства гистограммного метода. Цель настоящего раздела – исследовать выполнение указанных свойств для метода минимальных покрытий.

Сдвиги, согласно (4):

$$A'_j(\delta) = (c + d_{\max}(\delta)) - (c + d_{\min}(\delta)) = A_j(\delta). \quad (10)$$

Из (9) следует, что операция сдвига не изменяет значение фрактальной размерности отрезка временного ряда.

Зеркальные отражения, согласно (6):

$$A'_j(\delta) = (c - d_{\max}(\delta)) - (c - d_{\min}(\delta)) = -d_{\max}(\delta) + d_{\min}(\delta) = A_j(\delta), \quad (11)$$

где $c = d_{\max} + d_{\min}$. При инверсии d_{\max} и d_{\min} меняются местами, т.е.: $d_{\min} > d_{\max}$ и, следовательно, после инверсии $A'_j(\delta) = A_j(\delta)$, т.е., значение фрактальной размерности отрезка временного ряда инвариантно относительно инверсий.

Растяжения, согласно (5):

$$A'_j(\delta) = c(d_{\max}(\delta) - d_{\min}(\delta)) = c \cdot A_j(\delta), \quad (12)$$

$$V'(\delta) = \sum_{i=1}^m A'_i(\delta) = \sum_{i=1}^m c \cdot A_i(\delta) = cV(\delta), \quad (13)$$

$$\ln V'(\delta) = \ln(c \cdot V(\delta)) = \ln c + \ln V(\delta), \quad (14)$$

Для определения фрактальной размерности линейный участок $\ln V(\delta)$ аппроксимируется прямой $a \ln \delta + b$:

$$\ln V(\delta) \sim a \ln \delta + b. \quad (15)$$

Следовательно

$$\ln V'(\delta) \sim a \ln \delta + (b + \ln c). \quad (16)$$

Из (16) следует, что растяжения приводят к параллельным переносам кривой $V(\delta)$ на log-log графике, и не влияют на ее угол наклона. Следовательно, растяжение или сжатие не изменяет значение фрактальной размерности отрезка временного ряда.

Итак, рассмотрение (10)-(16) показало, что фрактальная размерность, так же как и форма гистограмм (4)-(6) инвариантна относительно сдвигов, инверсий и растяжений.

3.3 Фрактальная размерность и форма гистограмм: инвариантность относительно перестановок внутри отрезка временного ряда

Проведенное выше рассмотрение оставило открытым вопрос относительно свойства (7): инвариантна ли фрактальная размерность, также как и форма гистограмм, относительно перестановок внутри отрезка временного ряда?

На рис. 11 представлены результаты численного моделирования. Значения фрактальной размерности многократно вычислялись для одного и того же отрезка временного ряда,

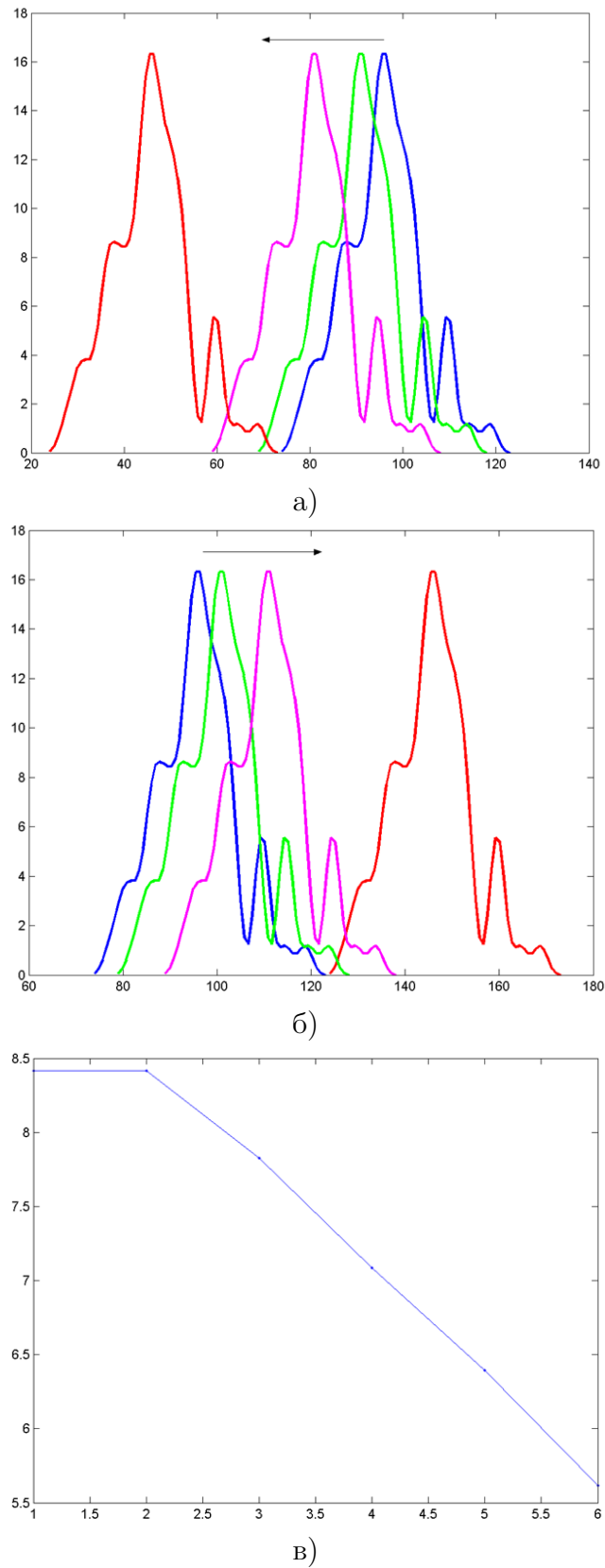
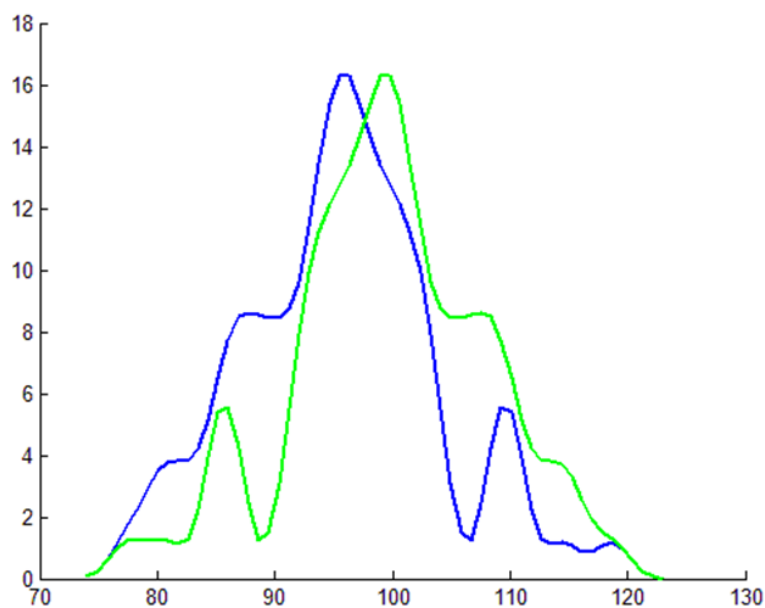
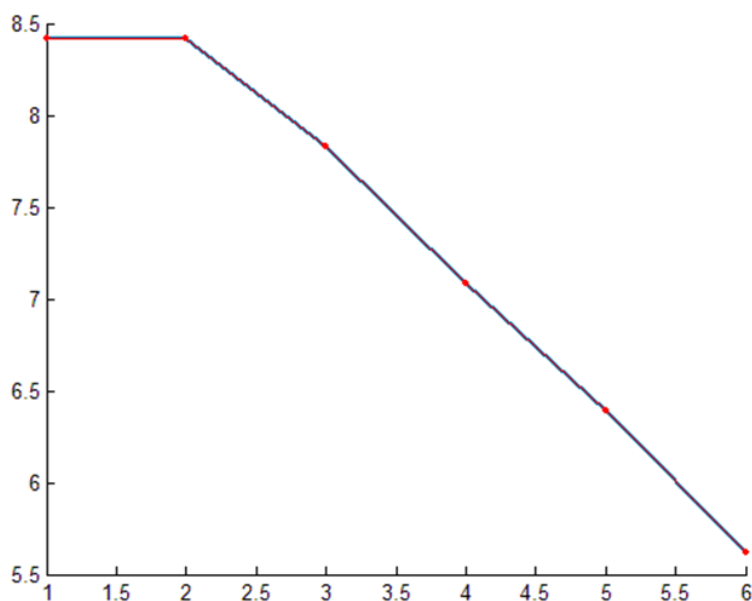


Рис. 8: Фрактальная размерность и форма гистограмм: независимость значения вариации и, следовательно, фрактальной размерности от сдвигов гистограммы. Сдвиги гистограмм влево, а), и сдвиги гистограмм вправо, б), от начального положения (синий цвет). Для всех положений, показанных на рисунках а) и б) вариация, показанная на log-log графике в) одна и та же.



а)



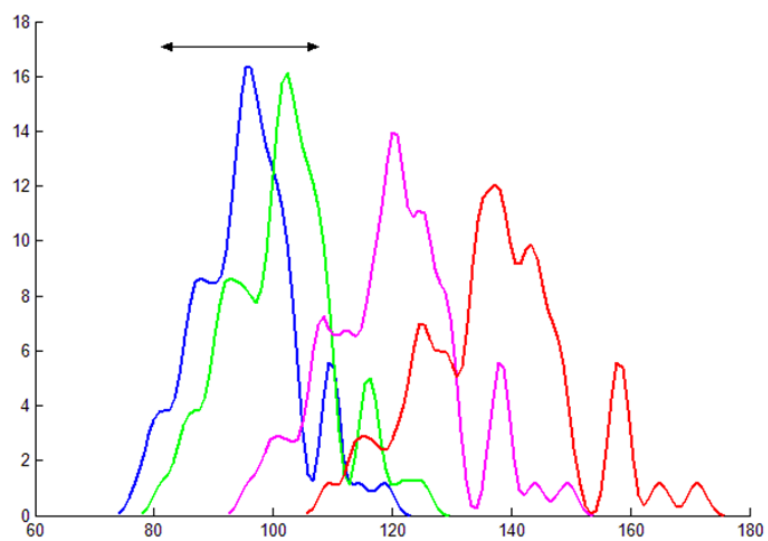
б)

Рис. 9:

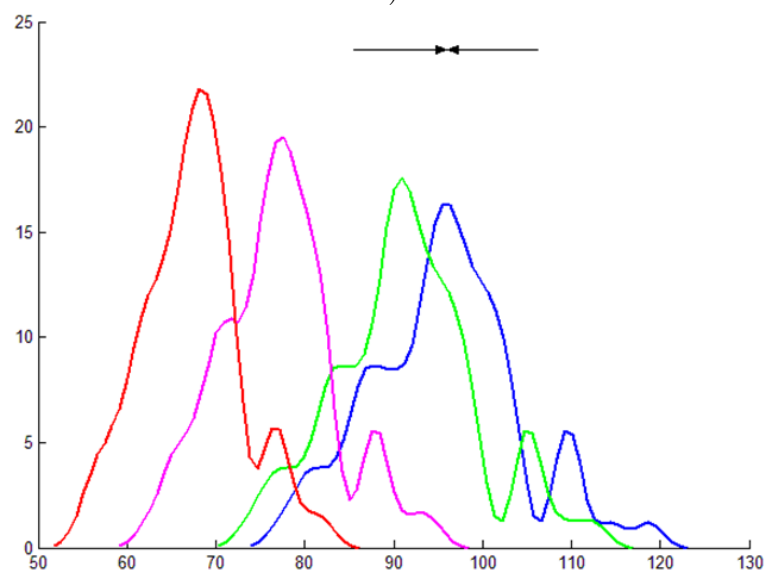
который перемешивался (было сделано 100000 (нижняя линия) 500000 (средняя линия) и 1000000 перемешиваний) перед каждым новым вычислением. Для вычислений использовался отрезок временного ряда флуктуаций скорости альфа-распада длиной $n = 60$ точек.

Как можно видеть из распределения на рис. 11 свойство (7), в этом случае, не имеет своего “фрактального” аналога. Если бы для фрактальной размерности выполнялся аналог (7) ее значение, после каждого перемешивания, оставалось бы неизменным.

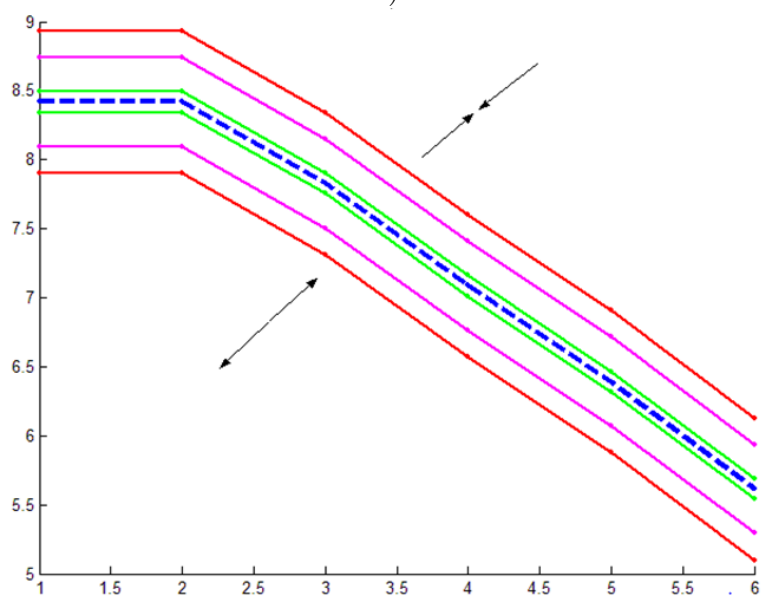
“Побочным результатом”, показанной на рис. 11, проверки свойства (7), является возможность повышения точности вычисления фрактальной размерности в случае реализации алгоритма с перемешиванием. Очевидно, что точность определения фрактальной размерности, в этом случае, пропорциональна отношению полуширины распределения,



а)



б)



в)

Рис. 10:

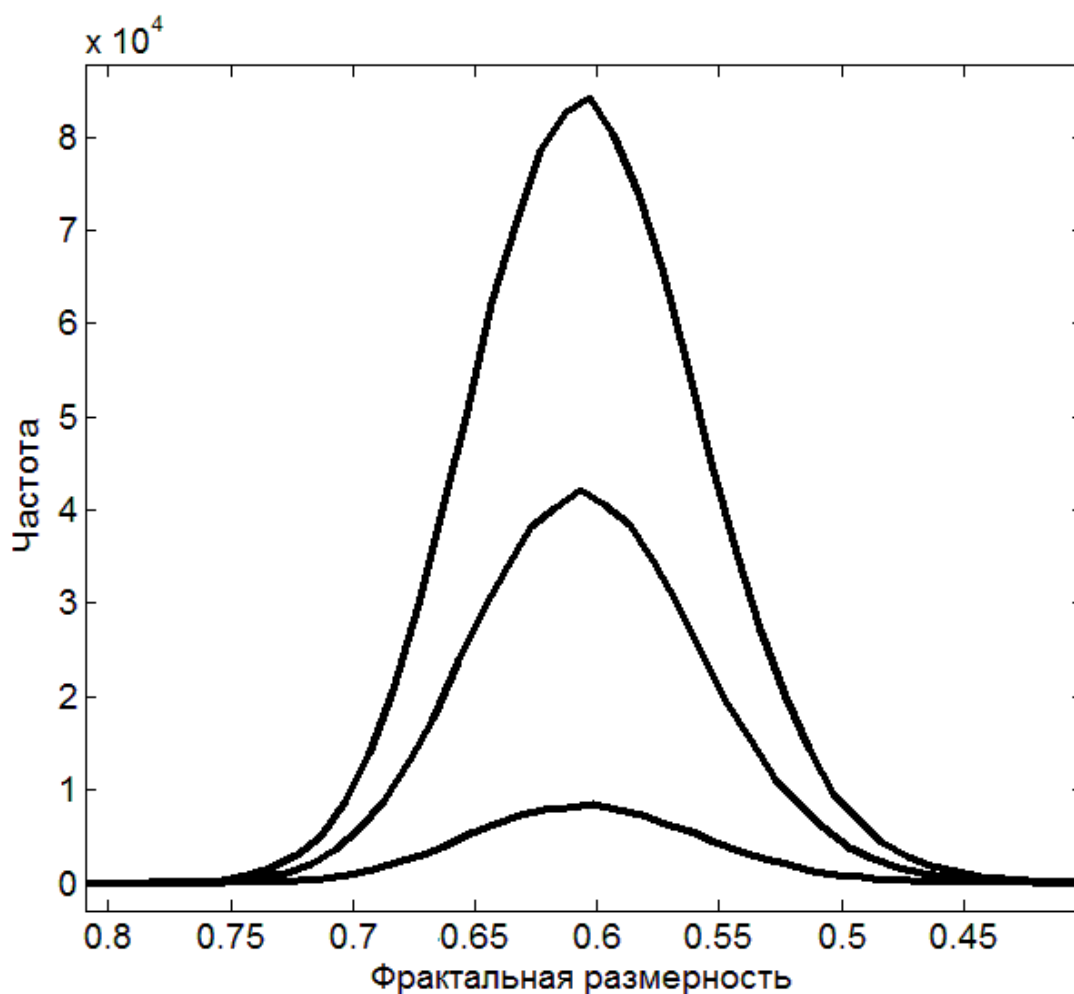


Рис. 11: Распределение фрактальной размерности, полученное в результате 100000 (нижняя линия) 500000 (средняя линия) и 1000000 перестановок 60-точечного отрезка временного ряда

рис. 11, к его высоте. Как следует из рис. 11 с увеличением числа перестановок полуширина распределения фрактальной размерности остается постоянной, в то время как его высота растет. Т.к., полуширина, как правило, меньше единицы, а высота пропорциональна $n!$, то результирующая точность может быть весьма значительной.

3.4 Инвариантность фрактальной размерности относительно перестановок внутри отрезка временного ряда

Полученный в предыдущем разделе результат порождает вопрос: в чем причина уширения распределения фрактальной размерности? Как следует из 3.1, величина фрактальной размерности зависит от значения $V(\delta)$, которое, в свою очередь, зависит от значений $A_j(\delta)$. В результате покрытий отрезка временного ряда прямоугольниками с основанием δ некоторые, возможные на данном отрезке значения $A_j(\delta)$ при числе перемешиваний значительно меньшем $n!$ никогда не реализуются, т.к. присущие им значения $d_j(\delta)|_{\max}$ и $d_j(\delta)|_{\min}$ никогда не попадают в один и тот же покрывающий прямоугольник. На рис.12 схематически показан механизм формирования распределения, приведенного на рис.11. Пустыми прямоугольниками отмечены те значения $A_j(\delta)$, которые не реализуются для данного перемешивания. Эта проблема, очевидно, снимается при полном числе перемешиваний $n!$, но для рядов, представляющих практический интерес, такое количество перемешиваний

недостижимо. Поэтому, результат, приведенный на рис.11, в действительности, не может рассматриваться как доказательство отсутствия аналога (7) для фрактальной размерности.

$$\begin{aligned}
 V(\delta)_1 &= \blacksquare + \blacksquare + \square + \blacksquare + \square + \blacksquare + \square \\
 V(\delta)_2 &= \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \square + \blacksquare + \square + \blacksquare \\
 &\quad \dots \\
 V(\delta)_m &= \blacksquare + \square + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \square + \blacksquare
 \end{aligned}$$

Рис. 12: Иллюстрация причины уширения распределения фрактальной размерности, показанного на рис. 2.

$$V(\delta) = \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare$$

Рис. 13: Фрактальная размерность вычисленная с учетом всех сочетаний не зависит от перестановок элементов внутри отрезка временного ряда.

Отмеченная проблема позволяет по иному подойти к вычислению фрактальной размерности: не разбивать временной ряд на изолированные, анализируемые отдельно прямоугольники с основанием δ , а рассмотреть все возможные сочетания элементов анализируемого отрезка временного ряда на различных масштабах δ , выявив тем самым все возможные для данного отрезка значения $A_j(\delta)$. Таким образом возможно обойти проблему “границ покрытий”. При этом пустые прямоугольники, отвечающие нереализованным значениям $A_j(\delta)$ исчезают и все элементы рис. 12 приобретают вид, показанный на рис. 13. Очевидно, что в данном случае результат уже не зависит от перемешивания элементов отрезка временного ряда, а определяется исключительно тем, какой их набор реализован для данного отрезка.

Реализация этой идеи в числовой модели, анализирующей все возможные сочетания, показывает, что для фрактальной размерности, в действительности, свойство (7) выполняется – она инвариантна относительно любых перестановок элементов внутри отрезка временного ряда. Метод вычисления фрактальной размерности, основанный на учете всех возможных сочетаний для данного масштаба δ мы в дальнейшем будем называть методом всех сочетаний или МВС-методом.

3.5 Фрактальная размерность и форма гистограмм

Существование аналогов свойств (4) - (7) для фрактальной размерности, а также возможность точного ее определения для отрезков временных рядов длиной в десятки точек при помощи алгоритмов, использующих все возможные для данного δ сочетания, дает надежду на то, что локальный фрактальный анализ временных рядов позволит повторить результаты, полученные ранее при помощи гистограммного метода.

На рис. 14 и рис. 15 приведены гистограммы, построенные по 30-точечным отрезкам временных рядов для которых предварительно была вычислена фрактальная размерность

методом “всех сочетаний”, как описано в 3.4. Были отобраны примеры пар гистограмм, рис. 14, фрактальные размерности которых отличаются на величину не превышающую 0.002 и пары гистограмм для которых эта разность превышает 0.13, рис. 15. Легко видеть, что в первом случае (рис. 14) гистограммы подобны, а во втором – нет. Также, необходимо отметить, что в данном случае речь идет именно о подобии, а не о точном совпадении формы гистограмм.

Представленные на рис.14 и рис.15 результаты дают надежду на то, что локальный анализ временных рядов с использованием фрактальной размерности по малым выборкам, идеи которого были представлены в настоящем разделе, и который обладает всеми свойствами гистограммного метода в состоянии находить те же закономерности, которые можно найти с использованием гистограммного метода. Результаты применения разработанного здесь метода вычисления фрактальной размерности для анализа шумоподобных временных рядов приведены в следующем разделе.

4 Методика анализа временных рядов методом всех сочетаний

4.1 Методика построения распределения интервалов МВС-методом

Рассмотрим методику, обработки экспериментальных данных и построения распределения интервалов при помощи МВС-метода.

Для численной обработки брались достаточно длинные шумоподобные временные ряды. Из исходного временного ряда 1-сек измерений флуктуаций скорости α -распада, полученного в ходе эксперимента, для дальнейшей обработки выделялась часть длина которой была кратна 86400, т.е. числу целых суток, из которой затем формировалась матрица данных столбцами которой служили 86400-точечные (суточные) отрезки исходного временного ряда. Число столбцов равнялось числу целых суток эксперимента.

После этого, соседние точки суточных рядов, составляющих столбцы матрицы данных, суммировались: №1+№2, №3+№4, ..., №86399+№86400 и, таким образом, каждый столбец преобразовывался в ряд, состоящий из 43200 точек, в котором каждой точке соответствовал 2-сек временной интервал. Данные ряды, в дальнейшем, использовались для вычисления фрактальной размерности.

Фрактальная размерность вычислялась по 30-точечным (длительностью 1 мин) отрезкам временного ряда МВС-методом. Т.о. 43200-точечный временной ряд преобразовывался в 1440-точечный ряд, элементами которого являлись соответствующие 30-точечным отрезкам значения фрактальной размерности. На основе полученного ряда значений фрактальной размерности вычислялось распределение интервалов $I(\Delta)$ по той же методике, что используется в гистограммном методе и была описана в выше, с тем отличием, что вместо функции $\eta(l, j)$, отображающей результат экспертного сравнения пары гистограмм l и j использовалась функция

$$\eta(l, j) = \begin{cases} 1, & |FD(l) - FD(j)| < 0.0009, \\ 0, & |FD(l) - FD(j)| \geq 0.0009. \end{cases} \quad (17)$$

Т.е. интервал Δ между отрезками l и j входит в распределение интервалов с весом равным единице, если соответствующие этим отрезкам значения фрактальной размерности $FD(l)$ и $FD(j)$ отличаются на величину не превышающую значение 0.0009. В противном случае интервал входит в распределение с весом равным нулю.

Распределения интервалов рассчитывались для суммы двух соседних столбцов, которые составлялись по схеме: 1+2, 2+3, 3+4, ... и т.д. Полученные распределения интервалов суммировались для получения суммарного распределения. Пример распределения интервалов для 2-суточного временного ряда показан на рис. 16. Сумма 24 2-суточных распределений в диапазоне интервалов 1-120 мин показано на рис. 17. На рис. 18 представлено

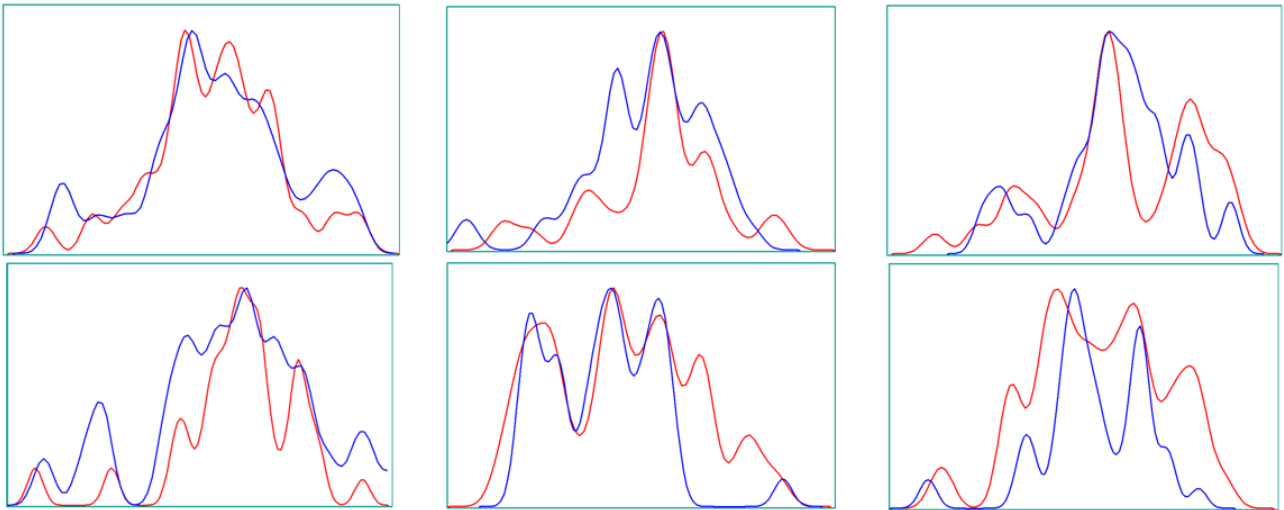


Рис. 14: Примеры гистограмм, построенных для отрезков временных рядов фрактальная размерность которых отличается на величину не более чем 0.002.

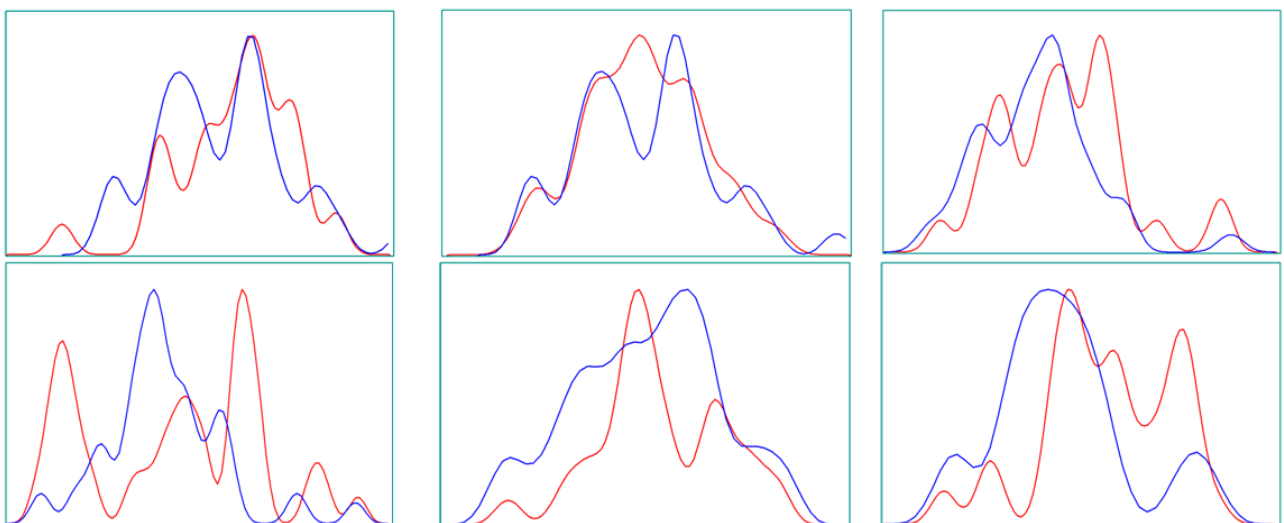


Рис. 15: Примеры гистограмм, построенных для отрезков временных рядов фрактальная размерность которых превышает величину 0.13.

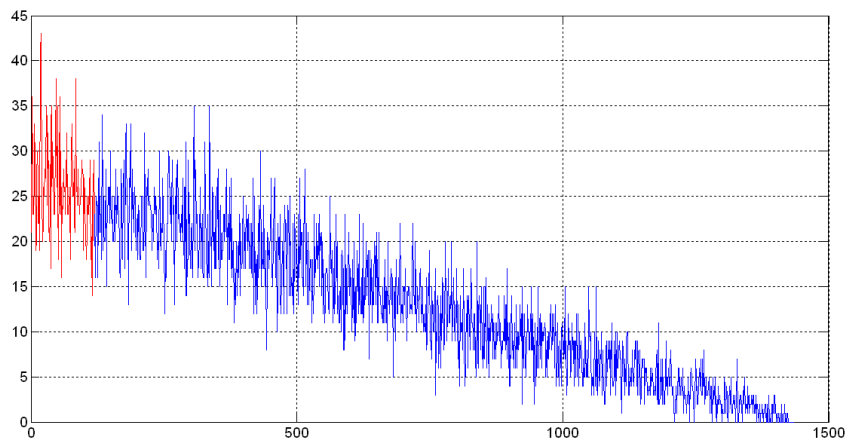


Рис. 16: Суммарное распределение интервалов для 2-суточного ряда флуктуаций скорости α -распада. Серым показана часть распределения интервалов, используемая для дальнейшего анализа.

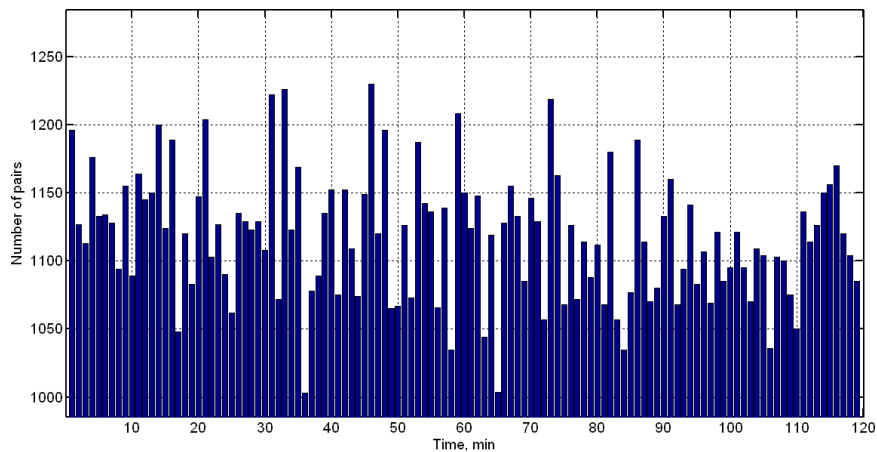


Рис. 17: Несглаженное распределение интервалов для 1-мин 30-точечных отрезков для диапазона периодов 1-120 мин.

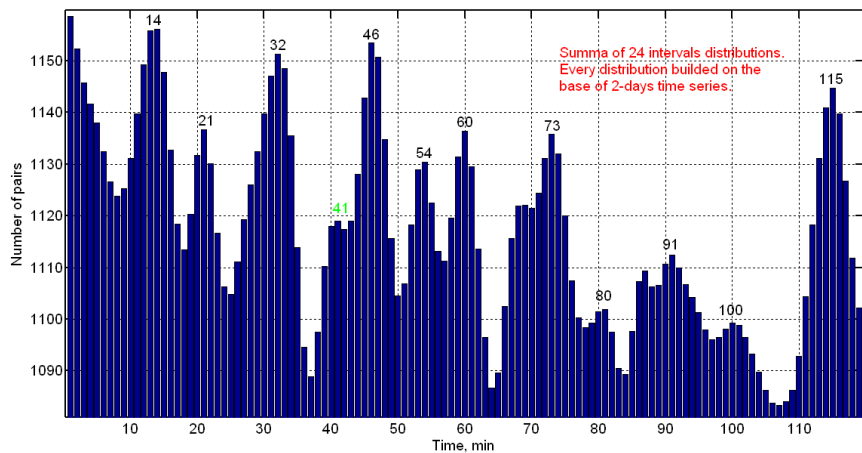


Рис. 18: Распределение интервалов для 1-мин 30-точечных отрезков (рис. 17), сглаженное 5 раз пуассоновским треугольным окном.

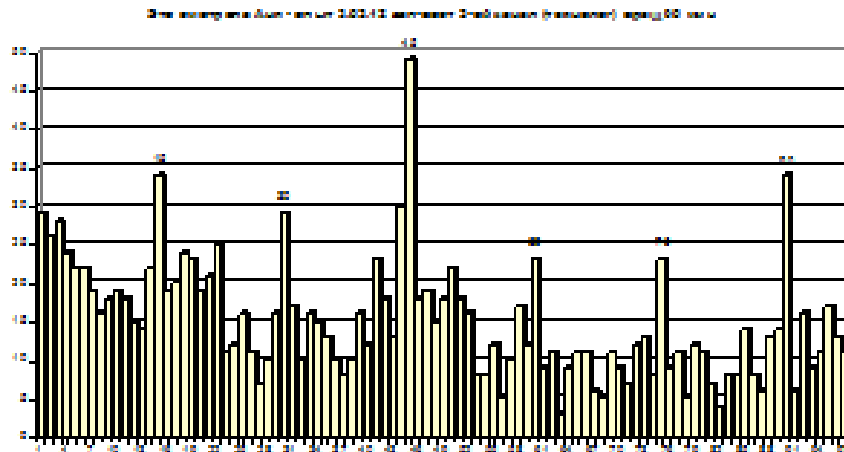


Рис. 19: Гистограммный метод. Пример экспертного сравнения. Эксперт Толоконникова А.А. Кроме отмеченных экспертом периодов (с цифрами сверху столбиков) можно также отметить периоды 22, 41 и 50 мин, имеющие амплитуду сравнимую с некоторыми из отмеченных

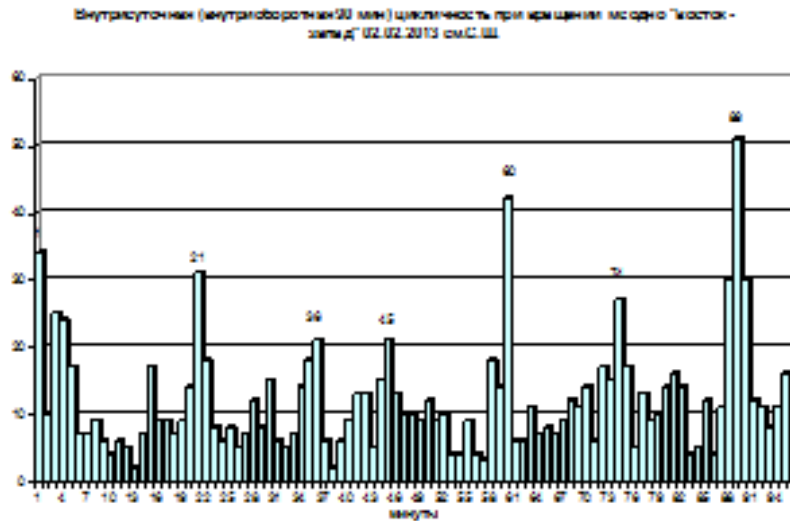


Рис. 20: Гистограммный метод. Пример экспертного сравнения. Эксперт Шноль С.Э. Периоды 15, 30, 41 и 81 мин также выделяются, хотя имеют несколько меньшую амплитуду.

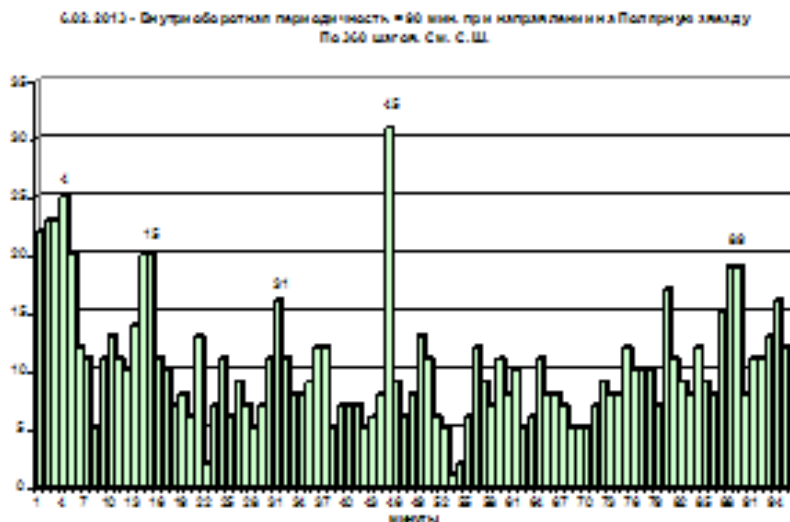


Рис. 21: Гистограммный метод. Пример экспертного сравнения. Эксперт Шноль С.Э. Можно дополнительно отметить периоды 21, 37 и 80 мин.

Источник	Величина наблюдаемого периода, мин										
	15	22	30		41	45		60	75		90
Рис.19	15	21	30	36		45		60	74	80	89
Рис.20	15	21	31	37		45				80	89
Рис.18	14	21	32		41	46	54	60	73	80	91

Таблица 1: Периоды, присутствующие в распределениях интервалов представленных на рис. 18 – рис. 21.

то же распределение интервалов, что и на рис 17, но сглаженное 5 раз пуассоновским треугольным окном. Значения периодов показаны на рис. 18 цифрами над столбцами. Получением распределения интервалов, показанного на рис. 18, заканчивается этап обработки экспериментальных данных.

Для сопоставления на рис. 19 – рис. 20 приведены распределения интервалов, полученные в результате экспертного сравнения. Данные распределения получены двумя разными экспертами: А.А.Толоконникова (рис. 19) и С.Э.Шноль (рис. 20 – рис. 21).

Периоды, наблюдаемые на рис. 19 – рис. 21 упорядочены в Табл. 1. В последней строке таблицы приведены периоды, наблюдаемые на рис. 18. Легко видеть, что результаты экспертного сравнения хорошо согласуются (за исключением периодов 36-37 мин и 54 мин) с результатами, полученными при помощи МВС-метода.

На наш взгляд, практически полное совпадение суммарной картины распределения интервалов, полученной в результате локального фрактального анализа методом всех сочетаний 25-суточной записи флуктуаций скорости α -распада, рис. 18, с результатами экспертного сравнения, приведенными на рис. 19-рис. 21 и суммированными в Табл. 1, не может быть случайным и свидетельствует о том, что локальный фрактальный анализ позволяет получать те же результаты, что получают с использованием экспертного сравнения.

Хотелось бы особо подчеркнуть, что результаты, приведенные на рис. 18 не являются воспроизведением ранее полученных при помощи экспертного сравнения результатов, вроде тех, что были приведены в [1], а являются результатом независимого исследования, проведенного на другом экспериментальном материале, чем тот, который использован для получения результатов, представленных на рис. 19 – рис. 21. Наблюдаемые расхождения скорее всего связаны с тем фактом, что экспертное сравнение выполнено на небольшом количестве экспериментально материала (ряды не превышающие 1000 точек) и поэтому, некоторые слабо выраженные периоды на распределениях рис. 19 – рис. 21 невозможно идентифицировать с достаточной точностью. В то же время, чтобы выполнить “вручную” объем попарных сравнений использованных для построения распределения интервалов, представленного на рис. 18 потребовалось бы около 12 лет непрерывной работы эксперта, что, очевидно, практически нереализуемо.

5 Заключение

В результате проведенного нами исследования получены следующие основные результаты: 1) развит метод определения фрактальной размерности по малым выборкам и предложен алгоритм ее точного вычисления; 2) показано, что фрактальной размерности, вычисленной МВС-методом присущи все свойства гистограммного метода; 3) формы гистограмм построенных по отрезкам временных рядов, имеющих близкое значение фрактальной размерности – подобны. В силу этого, фрактальную размерность можно рассматривать, как способ однопараметрического представления формы гистограмм; 4) показано, что локальный анализ временных рядов, основанный на фрактальной размерности “по всем сочетани-

ям” позволяет воспроизвести закономерности, получаемые путем экспертного сравнения при помощи гистограммного метода.

Кроме чисто прикладного результата – создан метод для локального фрактального анализа шумоподобных временных рядов методом всех сочетаний – настоящая работа развивает также новый подход к вычислению фрактальной размерности. В то время как авторы работ [2, 9-11], по их образному выражению, убрали “жесткость” по оси Y , адаптируя покрывающие прямоугольники к соответствующим параметрам исследуемого процесса, что дало более быстрый выходу кривой $V(\delta)$ на асимптотический режим и возможность вычисления фрактальной размерности на основе значительно меньших выборок с той же точностью, то, предложенный в настоящей работе МВС-метод, убирает “жесткость” также и по оси X , избавляясь от самого понятия “покрывающий прямоугольник” и привязываясь только к величине характерного масштаба δ . Этим МВС-метод избавляется от “границ”, порождаемых методом покрытий и тем самым избавляется также и от ошибки, связанной с разбиением используемого отрезка временного ряда, что дополнительно повышает точность вычисления фрактальной размерности. Кроме повышения точности это также придает развитому в работе МВС-методу свойство (7), что как отмечалось выше, позволяет находить периодичностей, которые необнаружимы традиционными методами анализа временных рядов. По нашему мнению, именно последнее обстоятельство позволило получить достаточно нетривиальные результаты в ходе исследования большого массива регистраций флуктуаций скорости α -распада, которые представлены в статье [18], входящей в настоящий номер.

Литература

- [1] Панчелюга В.А., Панчелюга М.С. Фрактальная размерность и гистограммный метод: методика и некоторые предварительные результаты анализа шумоподобных временных рядов // Биофизика, 2013, том. 58, вып. 2, с. 377-384.
- [2] M.M. Dubovikov, N.V. Starchenko, M.S. Dubovikov Dimension of minimal cover and fractal analysis of time series // Physica A, 2004, 339, pp. 591-608.
- [3] Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. М., Техносфера, 2006 — 488с.
- [4] Федер Е. Фракталы. М., Мир, 1991 – 254 с.
- [5] Felix Hausdorff Dimension und Ausseres Mass. // Mathematische Annalen, Vol. 79, 1919 — pp. 157-179.
- [6] В.А. Панчелюга Бенуа Мандельброт: путь к фрактальной геометрии природы // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 2(14), т. 7, 2010, с. 172-191.
- [7] Мандельброт Б., Хадсон Р.Л. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. М., Издательский дом “Вильямс”, 2006 — 400 с.
- [8] Шноль С.Э., Панчелюга В.А. Феномен макроскопических флуктуаций. Методика измерений и обработка экспериментальных данных // Мир измерений, 2007, №6, с. 49-55.
- [9] М.М. Дубовиков, Н.В. Старченко Экономическая физика и фрактальный анализ финансовых временных рядов // УФН, 2011, т. 181, №7, с. 779-786.
- [10] М.М. Дубовиков, А.В. Крянев, Н.В. Старченко Размерность минимального покрытия и локальный анализ фрактальных временных рядов // Вестник РУДН, Серия “Прикладная и компьютерная математика”, т. 3, №1, 2004, с. 30-44.
- [11] Старченко Н.В. Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов // Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, 2005 – 119 с.

- [12] Шноль С.Э. Космофизические факторы в случайных процессах. Стокгольм, Svenska fysikarkivet, 2009 - 388с.
- [13] Шноль С.Э., Коломбет В.А., Пожарский Э.В., Зенченко Т.А., Зверева И.М., Конрадов А.А. О реализации дискретных состояний в ходе флуктуаций в макроскопических процессах // УФН, 1998, 168(10) с. 1129-1140.
- [14] Шноль С.Э., Зенченко Т.А., Зенченко К.И., Пожарский Э.В., Коломбет В.А., Конрадов А.А. Закономерное изменение тонкой структуры статистических распределений как следствие космофизических причин // УФН, 2000, 170(2) с. 214-218.
- [15] Удальцова Н.В., Коломбет В.А., Шноль С.Э. Возможная космофизическая обусловленность макроскопических флуктуаций в процессах различной природы. Пушино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1987.
- [16] В.А. Панчелюга, С.Э. Шноль О пространственной анизотропии выявляемой при исследовании "эффекта местного времени". // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. 2006, №2 (6), Vol. 3 с. 188-193.
- [17] В.А. Панчелюга, В.А. Коломбет, М.С. Панчелюга, С.Э. Шноль Исследование эффекта местного времени на малых пространственно-временных масштабах // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 1 (5), Vol. 3, 2006, с. 116-121.
- [18] Панчелюга В.А., Панчелюга М.С. Некоторые предварительные результаты локального фрактального анализа шумоподобных временных рядов методом всех сочетаний // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, 2014, том. 11, вып. 1, №21

LOCAL FRACTAL ANALYSIS OF NONSTATIONARY TIME SERIES BY ALL PERMUTATIONS METHOD

V.A. Panchelyuga, M.S. Panchelyuga

*Research Institute of Hypercomplex Systems in Geometry and Physics, Fryazino, Russia
Institute of Theoretical and Experimental Biophysics of the Russian Academy of Sciences,
Pushchino, Russia*

panvic333@yahoo.com

In the present work local fractal analysis of non-stationary time series by all permutations method (APM) is developed. APM-method [1] incorporates ideas of method of minimal cover [2] and histograms method [1]. Analysis of histograms method achieves that some periods in noise-like time series can be revealed only by means of the method and cannot be find out by traditional methods of time series analysis like correlation analysis, spectral analysis, dispersion analysis and so on. Connection between shapes of smoothed histograms constructed on the base of short segments of time series of fluctuations and fractal dimension of the segments is studied. Is shown that fractal dimension posses all main properties of histogram method. On this base a further development of fractal dimension determination algorithm is proposed. This algorithm allows precision determination of fractal dimension by using short (30-60 points) time series segments. This property of APM-method leads to possibility of analysis of non-stationary time series.

Key Words: fractal dimension, time series, noise, local analysis of time series, method of minimal cover.