ФИНСЛЕРОВА ГЕОМЕТРИЯ В ТЕОРИИ ГРАВИТАЦИИ

Ю.С. Владимиров

Московский Государственный Университет, Москва, Россия
yusvlad@rambler.ru

Изложен взгляд автора на роль финслеровой геометрии в появлении структуры классического пространства-времени и теории физических взаимодействий. Он основан, во-первых, на убеждении о вторичном характере классических пространственно-временных отношений, возникающих из закономерностей физики микромира, во-вторых, на признании реляционной природы пространства-времени и физических взаимодействий, в-третьих, на использовании теории бинарных систем комплексных отношений как прообраза классической физики и геометрии, в-четвертых, на применении идей многомерных геометрических моделей типа теории Калуцы. В статье основное внимание уделено следствиям данного подхода в классической теории гравитации.

Ключевые слова: финслерова геометрия, теория гравитации.

1 Введение

Прежде всего, следует отметить, что имеется ряд пониманий финслеровой геометрии. Наиболее распространенным является случай, когда метрический тензор зависит не только от координат, но и от векторов в касательном пространстве (от скоростей). Этот вариант финслеровых геометрий подробно рассмотрен в ряде монографий (см, например, [1]).

Другой вариант финслеровых геометрий рассматривается в группе Д.Г. Павлова [2]. В его основу положена геометрия Бервальда- Моора, в которой меропределение задается не общепринятым квадратичным, а выражением четвертой степени по дифференциалам.

Как нам представляется, к развиваемому Д.Г. Павловым варианту финслеровых геометрий примыкают многоточечные геометрии, развивавшиеся в группе В.Я. Скоробогатько [3].

Последнее утверждение основано на том, что, по нашему убеждению, в основе любой теории, претендующей на физическую, лежит описание физических взаимодействий, и вид мероопределения непосредственно связан с характером рассматриваемых взаимодействий. Если в основу теории кладутся парные взаимодействия, как это имеет место в случае электромагнетизма или ньютоновой гравитации, то им соответствует квадратичное мероопределение. В случае учета 3-точечных, 4-точечных и т. д. взаимодействий следует использовать геометрию с мероопределением соответствующей степени.

В настоящее время общепринято описывать гравитационные взаимодействия на базе эйнштейновской общей теории относительности (ОТО), однако имеется ряд других, менее известных теорий, в рамках которых описываются классические эффекты ОТО. В свое время этот вопрос рассматривался К. Торном, который показал, что имеется более десятка таких теорий. Среди них можно назвать теории прямого межчастичного взаимодействия фоккеровского типа [4] релятивистскую теорию гравитации А.А. Логунова, и некоторые другие.

В связи с этим следует отметить, что множество всех известных теорий можно классифицировать по нескольким метафизическим парадигмам, среди которых наибольший интерес представляют три дуалистические парадигмы: теоретико-полевая, к которой можно отнести теорию Логунова, геометрическая, в основе которой лежит ОТО, и реляционная, которая ныне представлена теориями прямого межчастичного взаимодействия. В данной работе рассматриваются теории гравитации в рамках геометрического и реляционного подходов.

При рассмотрении вопроса о связи геометрии и физики не следует забывать также соображения, высказанные в свое время А. Пуанкаре, который сформулировал своеобразный принцип дополнительности вида физических уравнений и используемой при этом геометрии. Он полагал, что, в принципе, можно использовать любую геометрию, но тогда под нее следует подбирать соответствующие уравнения физики. Наиболее простой является геометрия плоского пространства- времени. Именно такая геометрия, как правило, используется в теоретико-полевой и реляционной парадигмах. Физические взаимодействия вводятся специальными постулатами, однако всякий раз оказывается, что построенную таким образом теорию можно представить в римановом пространстве с некой эффективной метрикой.

В данной работе показаны проявления идей финслеровой геометрии в 5 вариантах теорий физических взаимодействий:

1) в теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия Фоккера–Фейнмана, где опережающие воздействия устраняются посредством учета трехчастичных взаимодействий;

2) в теории прямого линеаризованного гравитационного взаимодействия, где, как и в случае электромагнетизма, для устранения опережающих воздействий необходимо учитывать мировой поглотитель в виде всех третьих частиц окружающего мира;

3) в теории прямого гравитационного взаимодействия фоккеровского типа, совпадающей с эйнштейновской общей теорией относительности во всех порядках разложения по гравитационной константе, где нелинейности ОТО обусловлены учетом тройных, четверных и т. д. воздействий;

4) в реляционной объединенной теории гравитации и электромагнетизма, где гравитация возникает в качестве квадратичного электромагнетизма в низшем линеаризованном приближении и характеризуется также слагаемыми, соответствующими кубичным и четверным взаимодействиям;

5) в бинарной геометрофизике, нацеленной на вывод классических пространственно-временных представлений из закономерностей физики микромира. В этой теории простейшие элементы описываются финслеровыми спинорами, от которых можно перейти к финслеровым (унарным) геометриям.

2 Идеи финслеровой геометрии в теории прямого электромагнитного взаимодействия

Спрашивается, как можно совместить столь широкий спектр возможных теорий с идеями финслеровой геометрии? Некоторый намек на решение данного вопроса дает теория прямого межчастичного взаимодействия фоккеровского типа [5]. В основе этой теории лежит принцип Фоккера, означающий равенство нулю вариации от действия, в котором взаимодействие между парой частиц i и k определяется выражением

$$S_{int}(i,k) = \int\int j^{\mu}_{(i)} j_{(k)\mu} \delta(s^2(i,k)) ds_i ds_k, \tag{1}$$

где j^{μ}-векторы 4-токов заряженных частиц, ds - смещения вдоль мировых линий. Интегрирование производится вдоль мировых линий взаимодействующих зарядов. В это выражение входит дираковская δ-функция от квадрата интервала $s^2(i,k)$ между рассматриваемыми частицами, которая представляется в виде двух слагаемых

$$\delta(s^2(i,k)) = \frac{1}{2|r_{ik}|}\left[\delta(ct_{ik} - r_{ik}) + \delta(ct_{ik} + r_{ik})\right], \tag{2}$$

соответствующих запаздывающим и опережающим взаимодействиям между частицами.

Характерно, что в фоккеровском действии отсутствуют поля переносчиков взаимодействий. Все определяется лишь характеристиками самих частиц.

В теории прямого электромагнитного взаимодействия Фоккера вскрылся серьезный недостаток, – в ней симметрично присутствовали запаздывающие и опережающие взаимодействия между парами частиц, тогда как, согласно физическому принципу причинности, должны быть лишь запаздывающие взаимодействия. Этот недостаток теории Фоккера был устранен в работе Дж. Уилера и Р. Фейнмана в 1945 г. [6], где было показано, что кроме парных отношений необходимо учитывать также тройные и более общие отношения (т. е. взаимодействия) между электрически заряженными частицами. Другими словами, теория Фоккера была дополнена фейнмановской теорией поглотителя, которая проиллюстрирована на рисунке 1, где показано воздействие на пару взаимодействующих частиц i и k со стороны окружающих частиц s.

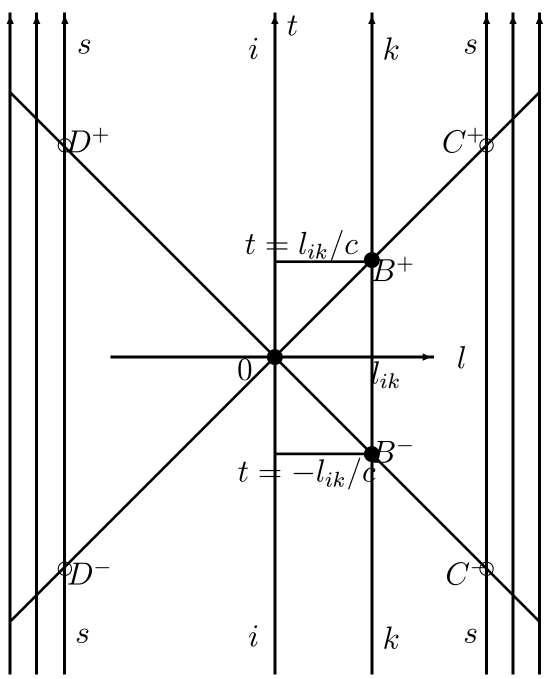

Рис. 1: Влияние фейнмановского поглотителя на электромагнитное взаимодействие двух зарядов.

Этот учет приводит к устранению опережающих воздействий и к удвоению запаздывающих взаимодействий. Кроме того, в уравнениях движения заряженных частиц автоматически возникает сила радиационного трения, пропорциональная третьей производной от координат.

Эти результаты следует трактовать, с одной стороны, как *проявления принципа Маха*, понимаемого в самом широком смысле как влияние на все локальные понятия и события со стороны всех тел окружающей Вселенной, а с другой стороны, это можно понимать как *проявления финслеровой геометрии* в данном выше ее определении через многоточечность используемых понятий. Это выражается, во-первых, в учете 3-частичных (и более общих) взаимодействий между заряженными частицами, и, во-вторых, в третьей производной, через которую записывается сила радиационного трения.

3 Идеи финслеровой геометрии в теории гравитации

Вопрос о построении теории прямого гравитационного взаимодействия пытались решить в своих работах Ф. Хойл и Дж. Нарликар, говорил о гравитации и Г.В. Рязанов. Но реальный шаг в этом направлении был сделан в работах А.А. Пантюшина и Я.И. Грановского [4].

Основная идея этих работ была чрезвычайно простой и вполне соответствовала математической реализации идей Фоккера. Нужно было построить выражение для действия гравитационного взаимодействия двух массивных частиц. Эти авторы использовали точно такую же комбинацию, только вместо токовых отношений в электродинамике записали специфическое скалярное произведение не токов, а тензоров энергии-импульса взаимодействующих тел:

$$S^{(g)}_{int}(i,k) = G\frac{m_i m_k}{c}\int\int u^{\mu}_{(i)}u^{\nu}_{(i)}\left(\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta}+\eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha}-c_3\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}\right)u^{\alpha}_{(k)}u^{\beta}_{(k)}\delta(s^2(i,k))ds_i ds_k. \quad (3)$$

Последние представляют собой произведения масс на квадратичные комбинации из компонент их 4-скоростей. Это могло быть навеяно тем, что, если в уравнениях Максвелла источником электромагнитного поля являются токи заряженных частиц, то в случае гравитации источником в правой части уравнений Эйнштейна является тензор энергии-импульса гравитирующих объектов.

Второй составляющей в действии для гравитационного взаимодействия, как и у Фоккера, была выбрана дираковская дельта-функция. Вся проблема состояла лишь в записи "скалярного произведения"тензоров энергии-импульса двух частиц. Это несложно было найти, рассматривая линейное приближение в эйнштейновской теории гравитации. В итоге у Грановского и Пантюшина получилось действие фоккеровского типа для линеаризованной теории гравитации.

В этой теории, как и у Фоккера, нет среди первичных понятий гравитационного поля. Все записывается исключительно через характеристики взаимодействующих частиц: их скорости, массы и взаимные интервалы. Однако при желании можно ввести понятие потенциалов гравитационного поля, как ранее вводилось понятие компонент электромагнитного поля, но это теперь некие вторичные, можно сказать, вспомогательные понятия. Через эти потенциалы строится эффективная метрика риманова пространства, и легко показать, что для этой метрики тождественно выполняются уравнения Эйнштейна в линейном приближении. Здесь ситуация полностью аналогична случаю электродинамики, где в теории прямого межчастичного электромагнитного взаимодействия также тождественно выполняются уравнения Максвелла.

Однако в данной теории компоненты эффективной римановой метрики определены лишь в тех точках, где присутствуют материальные объекты. Вне их понятие гравитационного поля теряет всякий смысл. Естественно, в этой теории, в линейном приближении совпадающей с ОТО, в принципе невозможны вакуумные решения уравнений Эйнштейна, а следовательно, отсутствуют и немаховские решения, вызывавшие многочисленные дискуссии в случаях, когда исходят из уравнений Эйнштейна как первичных постулатов теории. Это представляет собой то, к чему стремились в своем варианте теории Хойл и Нарликар.

Первого приближения вполне достаточно для расчета наблюдаемых гравитационных эффектов. Для решения ряда конкретных задач этот путь решения оказывается проще и нагляднее, чем в рамках ОТО.

Опять возникают проблемы с наличием опережающих воздействий, которые можно устранить учетом 3-частичных (и более общих) отношений, т. е. опять с помощью принципа Маха или учета финслеровой геометрии в пространстве скоростей.

4 Финслерова геометрия и теория прямого гравитационного взаимодействия, совпадающая с ОТО

В нашей с А.Ю. Турыгиным работе [7] было произведено обобщение линеаризованной теории гравитации на общий случай теории с нелинейностями, совпадающей с ОТО в любом порядке разложения по гравитационной константе G.

Эта задача решалась методом последовательного приближения по константе G. Поскольку в фоккеровском принципе для гравитационного взаимодействия вместо векторов токов фактически стоят тензоры энергии-импульса частиц, следовало подставлять последовательно первое, второе и т. д. приближения по G для выражений тензора энергии-импульса взаимодействующей частицы. Кроме того, следовало обобщить выражения для используемой функции Грина. Напомним, в линеаризованной теории она представлялась в виде дираковской дельта-функции от квадрата интервала между взаимодействующими частицами. Теперь она приобрела более сложный вид, зависящий от эффективной метрики в соответствующих приближениях.

Последовательно для каждого из этих разложений решались задачи, ранее рассматривавшиеся для линеаризованной гравитации. Это означало, во-первых, обобщение фоккеровского вариационного принципа на случай учета нелинейных гравитационных воздействий. Возникающий здесь произвол в выборе констант решался из требования, чтобы получающиеся из вариационного принципа уравнения движения частиц совпадали с уравнениями геодезических линий частиц в эффективной метрике в соответствующем приближении.

Во-вторых, следовало обеспечить тождественную выполнимость уравнений Эйнштейна в каждом из рассматриваемых приближений по константе G. Это требование позволило устранить весь произвол в выборе констант в принципе Фоккера для гравитационного взаимодействия.

В-третьих, следовало развить теорию гравитационного поглотителя, аналогичную ранее развитой для случая электродинамики.

Естественно было начать решение этих задач со второго приближения. Получившееся при этом довольно сложное выражение для принципа фоккеровского типа можно было проинтерпретировать в виде трех типов фейнмановских диаграмм (см. рис. 2). Первый

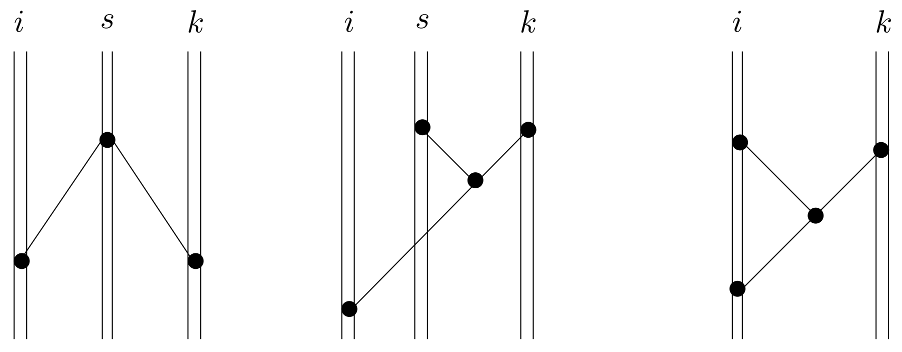

Рис. 2: Диаграммы фейнмановского типа, иллюстрирующие слагаемые второго порядка в теории прямого гравитационного взаимодействия

тип диаграмм означал прямую замену двухточечных взаимодействий на трехточечные. Второй тип можно было проинтерпретировать через трехточечные взаимодействия с учетом введения трехгравитонных вершин на одной из возможных гравитонных линий, а третий тип диаграмм соответствовал парным отношениям между частицами через пару гравитонных линий.

Заметим, что полученные данным методом выражения, иллюстрируемые через фейнмановские диаграммы, соответствуют диаграммной технике, которую развивал сам Фейнман, идя от уже известной общей теории относительности.

Полученные вариационным методом уравнения движения пробных частиц были представлены в виде уравнений геодезических линий в эффективной римановой метрике второго порядка по гравитационной константе. Это позволило частично снять произвол в константах.

Затем, записав символы Кристоффеля и кривизну через эффективную метрику во втором приближении и использовав уравнение для функции Грина в рассматриваемом приближении, было показано, при каком выборе оставшихся неопределенных констант достигается тождественная выполнимость уравнений Эйнштейна.

Эти задачи были рассмотрены и для следующих приближений. Был выработан алгоритм задания констант так, чтобы уравнения Эйнштейна выполнялись и во всех последующих приближениях по константе G.

В итоге было продемонстрировано, во-первых, что методом последовательных приближений можно построить теорию прямого межчастичного гравитационного взаимодействия во всех порядках по G совпадающую с эйнштейновской общей теорией относительности. Во-вторых, было показано, что использованная методика означала учет, кроме парных, еще трехчастичных, четырехчастичных и т. д. взаимодействий между частицами Вселенной. Это также можно воспринимать как проявления финслеровых геометрий в теории гравитации.

5 Финслерова геометрия и реляционная теория гравитации

Отметим, что в наших работах [8, 9] был построен еще один вариант прямого гравитационного взаимодействия, всецело опирающийся на реляционный подход к физическим взаимодействиям.

Выписанное выше фоккеровское действие взаимодействия для пары частиц можно рассматривать как парное отношение, представленное в виде двух слагаемых, которые сами по себе представляют отдельные парные отношения: пространственно-временное и токовое, каждое из которых характеризуется своей геометрией. Они характеризуются своими законами, представляющими собой равные нулю соотношения для парных отношений между фиксированным числом элементов (точек).

Так, закон для пространственно-временных отношений, соответствующих геометрии Минковского, записывается в виде равенства нулю определителя Кэли–Менгера для 6 событий:

$$D_{ikabcd} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & s^2_{ik} & s^2_{ia} & s^2_{ib} & s^2_{ic} & s^2_{id} \\ 1 & s^2_{ki} & 0 & s^2_{ka} & s^2_{kb} & s^2_{kc} & s^2_{kd} \\ 1 & s^2_{ai} & s^2_{ak} & 0 & s^2_{ab} & s^2_{ac} & s^2_{ad} \\ 1 & s^2_{bi} & s^2_{bk} & s^2_{ba} & 0 & s^2_{bc} & s^2_{bd} \\ 1 & s^2_{ci} & s^2_{ck} & s^2_{ca} & s^2_{cb} & 0 & s^2_{cd} \\ 1 & s^2_{di} & s^2_{dk} & s^2_{da} & s^2_{db} & s^2_{dc} & 0 \end{vmatrix} = 0, \tag{4}$$

где парные отношения (интервалы) представляются в виде

$$s^2_{ik} = (x^o_i - x^o_k)^2 - \sum_{l=1}^{3} (x^l_i - x^l_k)^2 \equiv \tau^2_{ik} - l^2_{ik}. \tag{5}$$

Выполнимость закона для любых 6 событий составляет принцип фундаментальной симметрии данной системы отношений. Миноры меньшего порядка определителя Кэли-Менгера на 6 точках-событиях в общем случае могут быть отличны от нуля и определяют все известные геометрические понятия: интервалы (минор минимального первого порядка), координаты точек-событий, площади, объемы, плоские и двугранные углы и т. д. Это обстоятельство составляет обобщенный принцип Клиффорда.

Для токовых отношений, соответствующих геометрии Лобачевского (пространству скоростей) закон представляет собой равенство нулю определителя Грама для 5 элементов (скоростей или токов 5 заряженных частиц):

$$\Phi_{(5)} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} & \tilde{u}_{kl} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{js} & \tilde{u}_{jl} \\ \tilde{u}_{si} & \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{sl} \\ \tilde{u}_{li} & \tilde{u}_{lk} & \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = 0, \tag{6}$$

где парные отношения прядставляются в виде скалярных произведений токов взаимодействующих частиц

$$\tilde{u}_{ik} = \tilde{e}_i\tilde{e}_k u_{ik} = \tilde{e}_i\tilde{e}_k u^{\mu}_{(i)} u_{(k)\mu}. \tag{7}$$

Обратим внимание на тот факт, что в принципе Фоккера для электромагнитных взаимодействий стоит произведение токов двух взаимодействующих частиц, представляющее собой минор минимального порядка из определителя в законе токовых отношений. Используем (постулируем) обобщенный принцип Клиффорда. Оказывается, все миноры от первого до четвертого порядка из определителя Грама в законе токовых отношений имеют некоторый физический смысл.

Возьмем простейшее обобщение случая электромагнетизма: подставим в принцип Фоккера диагональный минор второго порядка из токовых отношений:

$$D^{(2)}_{ik} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2 & \tilde{u}_{ik} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2 \end{vmatrix} = \tilde{e}^4(1 - u_{ik}u_{ki}) = -\frac{\tilde{e}^4}{2} u^{\mu}_{(i)} u^{\nu}_{(i)} (\eta_{\mu\alpha}\eta_{\nu\beta} + \eta_{\mu\beta}\eta_{\nu\alpha} - 2\eta_{\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) u^{\alpha}_{(k)} u^{\beta}_{(k)}, \tag{8}$$

сохранив дельта-функцию из пространственно-временных отношений. Легко видеть, что в этом случае получается записанное выше действие для принципа Фоккера в теории прямого межчастичного (линеаризованного) гравитационного взаимодействия:

Это означает, что в этом подходе гравитация оказалась не первичным видом взаимодействий, а производным от электромагнетизма видом взаимодействий. Она выступает в виде своеобразного квадрата от электромагнетизма. Заметим, что этот результат уже можно было предугадать в рамках 5-мерной геометрической модели гравитации и электромагнетизма, предложенным Т. Калуцей, где 4-мерный метрический тензор $g_{\mu\nu}$ представляется через компоненты 5-мерного метрического тензора G_{MN} в виде

$$g_{\mu\nu} = G_{\mu\nu} - G_{5\mu}G_{5\nu} = G_{\mu\nu} - \frac{4G}{c^4}A_\mu A_\nu; \quad A_\mu = \frac{c^2}{2\sqrt{G}}G_{5\mu}. \tag{9}$$

Диагональные миноры более высоких третьего и четвертого порядков определяют нелинейные слагаемые в прямом межчастичном гравитационном взаимодействии [8, 11]. Они проиллюстрированы первой колонкой таблицы 1. Во второй колонке обозначены выражения соответствующие электромагнитным взаимодействиям с учетом гравитации (воздействия со стороны третьих и четвертых частиц). Третья колонка соответствует слагаемым,

Таблица 1.

Gravitation	Electromagnetics	Mach's principle
$\tilde{e}^2 = \frac{e^2}{\hbar c} = Const$	$\tilde{u}_{ik}$	0
$D^{(2)}_{ik} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2_i & \tilde{u}_{ik} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2_k \end{vmatrix}$	$\mathrm{D}^{(2)}_{ik,j} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ki} & \tilde{u}_{kj} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{e}^2_j \end{vmatrix}$	$D^{(2)}_{ikjs} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} \end{vmatrix}$
$D^{(3)}_{ikj} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2_i & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2_k & \tilde{u}_{kj} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2_j \end{vmatrix}$	$D^{(3)}_{ik,js} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2_j & \tilde{u}_{js} \\ \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}^2_s \end{vmatrix}$	$D^{(3)}_{ikjs,l} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} & \tilde{u}_{kl} \\ \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}^2_l \end{vmatrix}$
$D^{(4)}_{ikjs} = \begin{vmatrix} \tilde{e}^2_i & \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} \\ \tilde{u}_{ki} & \tilde{e}^2_k & \tilde{u}_{kj} & \tilde{u}_{ks} \\ \tilde{u}_{ji} & \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2_j & \tilde{u}_{js} \\ \tilde{u}_{si} & \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}^2_s \end{vmatrix}$	$D^{(4)}_{ik,jsl} = \begin{vmatrix} \tilde{u}_{ik} & \tilde{u}_{ij} & \tilde{u}_{is} & \tilde{u}_{il} \\ \tilde{u}_{jk} & \tilde{e}^2_j & \tilde{u}_{js} & \tilde{u}_{jl} \\ \tilde{u}_{sk} & \tilde{u}_{sj} & \tilde{e}^2_s & \tilde{u}_{sl} \\ \tilde{u}_{lk} & \tilde{u}_{lj} & \tilde{u}_{ls} & \tilde{e}^2_l \end{vmatrix}$	0

описывающим проявления принципа Маха в теории прямого электромагнитного взаимодействия.

Упомянутые слагаемые описывают 3-х- и 4-х-частичные взаимодействия, что опять можно трактовать как проявления финслеровых геометрий в пространстве скоростей. Они же позволяют описывать принцип Маха.

6 Идеи финслеровой геометрии в бинарной геометрофизике.

Однако все изложенное соответствует проявлениям финслеровых геометрий наряду с геометрией общепринятого квадратичного мероопределения в качестве следующих приближений к физической реальности. Но в программе финслеровой геометрии, развиваемой в группе Д.Г. Павлова, провозглашается принципиально иная роль финслеровой геометрии: предлагается исходить из финслеровой геометрии (Бервальда–Моора) и получить геометрию с квадратичным мероопределением как вторичную, производную от финслеровой. Спрашивается, насколько физически обоснована постановка такой задачи? На наш взгляд, такой подход реалистичен, если существенно обобщить подход Павлова и исходить не из сферы классической геометрии и физики, а из закономерностей физических взаимодействий в микромире и рассматривать общепринятую геометрию и всю классическую физику как нечто вторичное, производное от закономерностей физики микромира.

Такая программа под названием бинарная геометрофизика [9-11] развивается в нашей группе, сотрудничающей с группой Д.Г. Павлова. В основу этой программы кладется теория бинарных систем комплексных отношений (БСКО), представляющая собой своеобразную геометрию на двух множествах элементов, а не на одном множестве точек, как в обычных геометриях. Между элементами двух множеств задается комплексная метрика, которая удовлетворяет некоторым законам, т. е. соотношениям для отношений между произвольными r элементами одного множества и s элементами другого множества (см. рис. 3).

Считать теорию БСКО геометрией дает основание тот факт, что общепринятую гео-

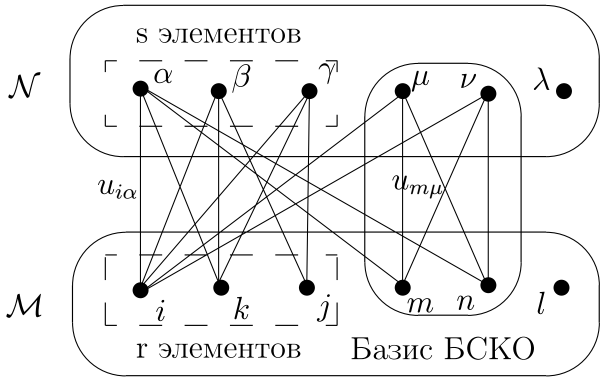

Рис. 3: Бинарные системы отношений ранга (r, s)

метрию на одном множестве элементов (точек) также можно сформулировать точно по таким же правилам на основе задания закона вещественных парных отношений между произвольными r точками одного множества рассматриваемого многообразия.

Теория БСКО соответствует геометрии в микромире. Об этом свидетельствует, прежде всего, тот факт, что элементы бинарной геометрии минимального невырожденного ранга (3,3) описываются 2-компонентными спинорами, лежащими в основе описания фермионных частиц в микромире. Можно утверждать и обратное, – спинорный характер элементарных частиц можно считать проявлением в физике (и в геометрии) БСКО ранга (3,3). Характерно, что 2-компонентные спиноры характеризуются тем, что при выделенной группе преобразований $SL(2, C)$ остается инвариантной антисимметричная квадратичная форма. Как известно, теория 2-компонентных спиноров соответствует 4-мерной геометрии Минковского также с квадратичным мероопределением.

Факт замены в теории БСКО общепринятой вещественной метрики на комплексную является вполне естественным, если учесть, что как квантовая механика, так и вся физика микромира описывается на основе комплексных чисел. Как известно, из комплексных компонент квантовомеханических волновых функций строятся вещественные величины, интерпретируемые как скорости или координаты в классической физике.

В наших работах показано, что для описания физических взаимодействий необходимо перейти к своеобразному бинарному многомерию на базе БСКО более высокого ранга (4,4) или в самом общем случае – к рангу (6,6). При этом возникает естественное обобщение теории 2-компонентных спиноров. Так, закон БСКО ранга (4,4) записывается в виде

$$\Phi_{(4,4)} = \begin{vmatrix} u_{i\alpha} & u_{i\beta} & u_{i\gamma} & u_{i\lambda} \\ u_{k\alpha} & u_{k\beta} & u_{k\gamma} & u_{k\lambda} \\ u_{j\alpha} & u_{j\beta} & u_{j\gamma} & u_{j\lambda} \\ u_{l\alpha} & u_{l\beta} & u_{l\gamma} & u_{l\lambda} \end{vmatrix} = 0, \tag{10}$$

где парные отношения представляются в форме

$$u_{i\alpha} = i^1\alpha^1 + i^2\alpha^2 + i^3\alpha^3. \tag{11}$$

Элементы этой системы отношений описываются 3-компонентными спинорами. Для них характерной является инвариантность кубичной формы

$$b_{(ikj)} \equiv \begin{vmatrix} i^1 & k^1 & j^1 \\ i^2 & k^2 & j^2 \\ i^3 & k^3 & j^3 \end{vmatrix} = i^1k^2j^3 + i^3k^1j^2 + i^2k^3j^1 - i^3k^2j^1 - i^2k^1j^3 - i^1k^3j^2 \tag{12}$$

при преобразованиях из группы $SL(3, C)$. На этом основании они названы финслеровыми спинорами [12].

От бинарных геометрий рангов (4,4) и более высоких по правилам, аналогичным теории БСКО ранга (3,3), можно перейти к унарным финслеровым геометриям, однако они оказываются более высоких размерностей.

Известные виды физических взаимодействий удается описать в рамках БСКО ранга (6,6). Этот ранг обусловлен тем, что необходимо описать взаимодействие пары частиц, каждая из которых представляется тройками элементов. Последнее соответствует трехкварковой структуре сильно взаимодействующих частиц – барионов. Прообраз таких взаимодействий характеризуется так называемым базовым 6×6-отношением, которое проиллюстрировано на рисунке 4.

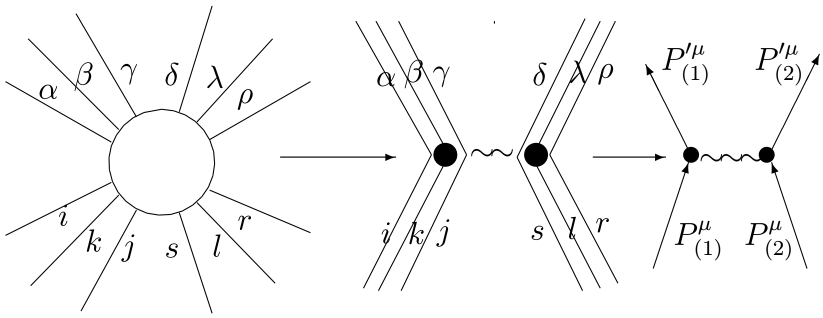

Рис. 4: Физическая иллюстрация базового 6×6-отношения

Это выражение фактически представляет собой многоточечное отношение, типичное для финслеровых геометрий.

Своеобразие такой теории состоит в том, что в физическом мире проявляется финслерова геометрия не в чистом (многомерном) виде, а в виде своеобразной композиции своих подсистем: теория БСКО ранга (6,6) расщепляется на композицию из БСКО ранга (3,3), соответствующей общепринятому 4-мерию, и на БСКО ранга (4,4), которая оказывается соответствующей внутреннему изотопическому пространству в сильных взаимодействиях. В ней, как уже отмечалось, имеют место кубичные инварианты, вместо 2х2-матриц Паули выступают 3х3-матрицы Гелл-Манна, а элементы описываются 3-компонентными спинорами, что соответствует трем цветовым зарядам кварков.

В рамках бинарной геометрофизике фактически предложен вариант объединения известных видов фундаментальных физических взаимодействий. Если внутреннее изотопическое пространство сильных взаимодействий описывается БСКО ранга (4,4), то внутреннее пространство электрослабых взаимодействий возникает в результате своеобразного вырождения этой систем отношений, при котором типичная для БСКО ранга (4,4) группа $SU(3)$ сужается до группы $SU(2)$. Электромагнитное взаимодействие получается для случая еще большего вырождения пространства внутренних симметрий.

Характерно, что в бинарной геометрофизике все рассуждения проводятся независимо от понятий классического пространства- времени. Истоком понятия длины (метрики) является БСКО минимального ранга (2,2), являющаяся подсистемой БСКО более высоких рангов (3,3), (4,4) и т.д. Именно эта БСКО ответственная за появление фазовых вкладов у элементарных частиц. Мир оказался устроенным таким образом, что за возникновение координатного пространства является ответственной композиция двух БСКО минимальных рангов (2,2) и (3,3). При этом БСКО ранга (3,3) ответственна за появление угловых координат и наблюдаемой классической размерности 4, а БСКО ранга (2,2) является истояником понятия длины, т. е. самого мероопределения.

В связи с этим уместно напомнить неоднократные высказывания Дж. Уилера о роли фаз в образовании структуры геометрии (см. [13]).

Таковы истоки существующих ныне представлений о классическом пространстве-времени и физических взаимодействиях.

7 Заключение

В заключение перечислим ряд доводов в пользу исследований и применений в физике финслеровых геометрий.

1. Нелинейность в эйнштейновской ОТО можно понимать обусловленной совокупностью вкладов от финслеровых геометрий с кубичным, 4-й степени и т.д. мероопределениями.

2. Анализ физики микромира в рамках реляционного подхода показывает, что в основание может быть положена бинарная система комплексных отношений ранга (6,6), элементы которой (кварки или компоненты частиц) описываются финслеровыми спинорами. Для них имеют место не квадратичные, как в случае 2-компонентных спиноров, а кубичные или более высокой степени комбинации из спинорных компонент.

3. От финслеровых спиноров можно перейти к финслеровым геометриям, в которых мероопределение осуществляется не квадратичными выражениями, а кубичными, четвертой и т. д. степеней.

4. Все имеющиеся физические теории физических взаимодействий можно рассматривать как проявления финслеровых геометрий, в которых, однако, произведена процедура $(4+n)$– расщеплений типа $(4+1)$– расщепления в 5-мерной геометрической модели типа теории Калуцы. В такой теории заряды частиц можно рассматривать как проявления дополнительных компонент финслеровых спиноров или соответствующих им дополнительных компонент векторов.

5. Довольно давно обсуждаемый физиками-теоретиками принцип Маха естественным образом можно трактовать как проявление финслеровых геометрий в данном выше их понимании. Напомним, что в самом широком смысле принцип Маха означает, что на взаимодействие между любыми двумя частицами оказывают влияние третьи, четвертые и т. д. объекты всего окружающего мира. Это приводит к тому, что многие используемые в физике понятия, приписываемые отдельным частицам, такие как их свойства инерции, значения масс и т. д., на самом деле обусловлены влияниями со сторонеы всего окружающего мира. Это достаточно ярко было продемонстрировано в работах Дж. Уилера и Р. Фейнмана в теории прямого межчастичного электромагниного взаимодействия. Они показали, что посредством учета вкладов в парные взаимодействия от третьих части окружающего мира исключаются опережающие взаимодействия и обосновывается появление в уравнениях движения силы радиационного трения.

Литература

[1] Рунд Х. Дифференциальная геометрия финслеровых пространств. М., Наука, 1981.

[2] Павлов Д.Г. Философские и математические основания финслеровых расширений теории относительности // *Гиперкомплексные числа и геометрии в физике.* 2(4), с. 12-18, 2005.

[3] Скоробогатько В.Я., Фешин Г.Н., Пелых В.А. N-Точечная геометрия типа Евклида // *Сб. "Математические методы и физико-механические поля".* Киев, Наукова думка, Вып. 1, с. 5-10, 1975.

[4] Грановский Я.И., Пантюшин А.А. К релятивистской теории тяготения // *Известия АН Каз. ССР, сер. физ-мат.* 2, с. 65-69, 1965.

[5] Fokker A.D. Ein invarianter Variationssatz fur die Bewegung mehrerer electrischer Massenteilchen // *Z. Phys.* Bd. 58, pp. 386-393, 1929.

[6] Wheeler J.A., Feynman R.P. Interaction with the absorber as the mechanism of radiation // *Rev. Mod. Phys.* Vol. 17, pp. 157-181, 1945.

[7] Владимиров Ю.С., Турыгин А.Ю. Теория прямого межчастичного взаимодействия. М., Энергоатомиздат, 1986.

[8] Vladimirov Yu.S. Gravitation interaction in the relational approach // *Gravitation and Cosmology.* Vol. 14, No. 1 (53), pp. 41-52, 2008.

[9] Владимиров Ю.С. Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий. Часть II. Теория физических взаимодействий. М., Изд-во Московск. ун-та, 1998.

[10] Владимиров Ю.С. Метафизика. (2-е издание). М., Изд-во БИНОМ (Лаборатория базовых знаний), 568 с, 2009.

[11] Владимиров Ю.С. Основания физики. М., Изд-во БИНОМ, 456 с, 2008.

[12] Solov'yov A.V., Vladimirov Yu.S. Finslerian N-spinors: Algebra // *International Journal of Theoretical Physics.* Vol. 40, No. 8, pp. 1511-1523, 2001.

[13] Уилер Дж. Гравитация, нейтрино и Вселенная. М., Изд-во иностр. лит-ры, 1962.

FINSLER GEOMETRY IN THEORY OF GRAVITATION

Yu.S. Vladimirov

Moscow State University, Moscow, Russia

yusvlad@rambler.ru

Special relativistic theory in its traditional form formulates theory as incomplete. Particle movement dynamic equation is fixed in accordance with relativistic theory principles while particle condition is fixed in non-relativistic form. Ignoring the non-relativistic idea of particle condition we manage to construct a single formal description for determinate and nondeterminate particles which leads to the necessity of multivariant spacetime geometry. Quantum principles are based on multivariant geometry and lose role of the first physical principles. The frame concept of elementary particles gives relativistic description of particle condition which turns out to be applicable for the case of discrete and multivariant spacetime geometry. The frame concept finishes transition from nonrelativistic physics to relativistic one and realizes complete geometrization of physics.

Key Words: Finsler geometry, gravitation theory.