К ТЕОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ВЕКТОРНОГО ПОЛЯ В СОБСТВЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ ДЛЯ ГЕОМЕТРИИ СОБЫТИЙ БЕРВАЛЬДА-МООРА

Р.Г. Зарипов

Учреждение Российской академии наук Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, Казань, Россия

zaripov@mail.knc.ru

Рассматривается модель физического векторного поля с плотностями скалярного и векторного источников в собственном трехмерном пространстве для геометрии событий Бервальда-Моора. Определены плотность энергии и её поток, которые зависят от вторых производных компонент вектора напряженности. Выводится выражение для силы, действующей на источник поля и представлены уравнения движения заряженной частицы. Обсуждается вопрос волн поля «деформаций» в вакууме.

Ключевые слова: пространство-время Бервальда-Моора, физическое векторное поле, энергия, сила, уравнения движения, плоские волны.

1 Введение

В работе [1] представлена модель физического векторного поля с плотностями скалярного и векторного источников в собственном трехмерном пространстве для геометрии событий Бервальда-Моора. Метрическая функция локального четырехмерного пространства-времени Бервальда-Моора в скалярно-векторной форме имеет следующий вид [2]

$$F = ds = \left(g_{ijkl}dx^i dx^j dx^k dx^l\right)^{1/4} = \left[\prod_m^4 \left(cdt + \varepsilon^m d\mathbf{x}\right)\right]^{1/4} = \left(c^4 dT^4 - d\rho^4\right)^{1/4}. \tag{1.1}$$

Здесь элемент пространственного расстояния

$$d\rho = \left[\prod_m^4 \left(\varepsilon^m d\mathbf{x}\right)\right]^{1/4} = \left[\{d\mathbf{x}d\mathbf{x}\}^2 - (d\mathbf{x}d\mathbf{x})^2\right]^{1/4} \tag{1.2}$$

определяется как множество одновременных событий по элементу физического времени

$$dT = \left[dt^4 - 2dt^2 d\mathbf{x}^2/c^2 + 4dt\left(d\mathbf{x}\{d\mathbf{x}d\mathbf{x}\}\right)/3c^3\right]^{1/4} \tag{1.3}$$

с $dT = 0$. Известные значения компонентов векторов $\varepsilon^1 = (1, 1, 1)$, $\varepsilon^2 = (-1, 1, -1)$, $\varepsilon^3 = (1, -1, -1)$, $\varepsilon^4 = (-1, -1, 1)$ выделенных направлений в трехмерном пространстве удовлетворяют равенствам [3]

$$\begin{gathered}\sum_m^4 \varepsilon^m_\alpha = 0, \quad \tfrac{1}{4}\sum_m^4 \varepsilon^m_\alpha \varepsilon^m_\beta = \delta_{\alpha\beta}, \quad \tfrac{1}{4}\sum_m^4 \varepsilon^m_\alpha \varepsilon^m_\beta \varepsilon^m_\gamma = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}, \\ 1 + (\varepsilon^m)^2 = 4, \quad 1 + (\varepsilon^m \varepsilon^r) = 0 \quad (m \neq r),\end{gathered} \tag{1.4}$$

где $\delta_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера, $(d\mathbf{x}d\mathbf{x}) = d\mathbf{x}^2 = \delta_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta$ – скалярное произведение для $d\mathbf{x}=\{dx, dy, dz\}$, $\{d\mathbf{x}d\mathbf{x}\}_\alpha = \varepsilon_{\alpha\beta\gamma}dx^\beta dx^\gamma$ являются компонентами нового векторного произведения [3] и $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}$ есть трехмерный абсолютно симметричный символ со свойством $\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}=1$ при $\alpha\neq\beta\neq\gamma$, а остальные значения являются нулевыми, m – номер вектора, а α, β и γ пробегают значения 1, 2, 3.

Метрическая функция (1.1) в известном виде запишется так

$$F = ds = \Big[c^4dt^4 + dx^4 + dy^4 + dz^4 -$$
$$-2\left(c^2dt^2dx^2 + c^2dt^2dy^2 + c^2dt^2dz^2 + dx^2dy^2 + dy^2dz^2 + dz^2dx^2\right) + 8\,c\,dt\,dx\,dy\,dz\Big]^{1/4} =$$
$$= \Big[(cdt + dx + dy + dz)\,(cdt - dx + dy - dz)\,(cdt + dx - dy - dz)\,(cdt - dx - dy + dz)\Big]^{1/4} =$$
$$= \left(\varepsilon_{1234}H_i^1H_j^2H_k^3H_l^4dx^idx^jdx^kdx^l\right)^{1/4} = \left(\frac{1}{4!}\varepsilon_{abcd}\,H_i^aH_j^bH_k^cH_l^ddx^idx^jdx^kdx^l\right)^{1/4}, \tag{1.5}$$

где символ ε_{abcd} есть абсолютно симметричный символ со свойством $\varepsilon_{abcd} = 1$ если $a \neq b \neq c \neq d$, остальные значения нулевые, $dx^i = (cdt, d\mathbf{x})$, H_i^a есть нормализованная матрица Адамара порядка четыре

$$\mathbf{H}_4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_2 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_2 & -\mathbf{H}_2 \end{pmatrix},\ \mathbf{H}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_1 & -\mathbf{H}_1 \end{pmatrix},\ \mathbf{H}_1 = 1,\ \mathbf{H}\mathbf{H}^T = 4\mathbf{I}, \tag{1.6}$$

со свойством $H_i^aH_a^j = 4\delta_i^j$ и четырехмерным символом Кронекера δ_i^j, $\mathbf{I}$ – единичная четырехмерная матрица. Интервал ds интерпретируется как полунорма четырехмерного вектора dx^i.

В итоге из (1.5) вытекает выражение для метрического тензора

$$g_{ijkl} = \frac{1}{4!}\varepsilon_{abcd}H_i^aH_j^bH_k^cH_l^d. \tag{1.7}$$

В рассматриваемой модели физического векторного поля имеет место система уравнений третьего порядка [1]

$$-\Box\left(\nabla\mathbf{R}\right) + \frac{\partial}{c\partial t}\left(\{\nabla\nabla\}\,\mathbf{R}\right) - \left(\{\nabla\,\{\nabla\nabla\}\}\,\mathbf{R}\right) = \nu\rho, \tag{1.8}$$

$$\frac{\partial}{c\partial t}\Box\mathbf{R} + \frac{1}{3}\left(\nabla\,\{\nabla\nabla\}\right)\mathbf{R} - \Box\,\{\nabla\mathbf{R}\} + \frac{\partial}{c\partial t}\,\{\{\nabla\nabla\}\,\mathbf{R}\} - \{\{\nabla\,\{\nabla\nabla\}\}\,\mathbf{R}\} = \frac{\nu}{c}\mathbf{J}, \tag{1.9}$$

записанная в операторном виде с плотностью источника ρ и вектором плотности тока источника $\mathbf{J} = \rho\mathbf{v}$. В уравнениях имеем $\Box = \left(\partial^2/c^2\partial t^2 - \Delta\right)$ – оператор Гамильтона, ν – постоянный коэффициент, $\mathbf{v}$ – скорость источника, $\nabla = (\partial/\partial x,\ \partial/\partial y,\ \partial/\partial z)$ – градиент.

Физическое поле описывается вектором $\mathbf{R}$, который является суммой векторов напряженностей двух полей

$$\mathbf{R} = \mathbf{G} + \mathbf{Q},\quad \mathbf{G} = \frac{\partial\mathbf{A}}{c\partial t} + \nabla\varphi,\ \ \mathbf{Q} = \{\nabla\mathbf{A}\} \tag{1.10}$$

Вектор $\mathbf{G}$ содержит градиент скалярного потенциала φ, а компоненты вектора $\mathbf{Q}$ выражаются через компоненты тензора “деформаций” $e_{\beta\gamma}$ для векторного потенциала $\mathbf{A}$

$$\begin{gathered}\{\nabla\mathbf{A}\} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} + \frac{\partial A_y}{\partial z},\ \frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{\partial A_z}{\partial x},\ \frac{\partial A_y}{\partial x} + \frac{\partial A_x}{\partial y}\right), \\ \{\nabla\mathbf{A}\}_\alpha = 2\varepsilon_{\alpha\beta\gamma}e_{\beta\gamma},\ e_{\beta\gamma} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial A_\beta}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial A_\gamma}{\partial x^\beta}\right).\end{gathered} \tag{1.11}$$

В развитие предложенной модели физического векторного поля представляется необходимым рассмотреть вопрос о работе и силе, а также о плотности и потоке энергии поля и другие приложения.

2 Работа и сила

В работе [1] уравнения физического векторного поля выводятся последовательно. Во-первых, рассматривается композиция гиперкомплексного дифференциального оператора с квадрачислом потенциалов в скалярно-векторной форме

$$\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla\right)\circ(\varphi,\mathbf{A})=(0,\mathbf{R}), \tag{2.1}$$

что в итоге при выполнении калибровки для потенциалов

$$\frac{\partial\varphi}{c\partial t}+(\nabla\mathbf{A})=0 \tag{2.2}$$

с $(\nabla\mathbf{A})=div\mathbf{A}$, являющейся скалярной компонентой в (2.1), приводит к выражению вектора напряженности (1.10).

В-вторых используется сопряженный к исходному гиперкомплексный оператор

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_1\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_2\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_3\right)=\\ =\left(\frac{\partial}{c\partial t}\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}-\Delta\right)+\frac{1}{3}\left(\nabla\left\{\nabla\nabla\right\}\right),-\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}-\Delta\right)\nabla+\frac{\partial}{c\partial t}\left\{\nabla\nabla\right\}-\left\{\nabla\left\{\nabla\nabla\right\}\right\}\right)\end{gathered} \tag{2.3}$$

с векторными операторами

$$\begin{aligned}\nabla_1&=\left(-\frac{\partial}{\partial x},\ \ \frac{\partial}{\partial y},\ -\frac{\partial}{\partial z}\right),\\ \nabla_2&=\left(\ \ \frac{\partial}{\partial x},\ -\frac{\partial}{\partial y},\ -\frac{\partial}{\partial z}\right),\\ \nabla_3&=\left(-\frac{\partial}{\partial x},\ -\frac{\partial}{\partial y},\ \ \frac{\partial}{\partial z}\right)\end{aligned} \tag{2.4}$$

и приравнивается его композиция с квадрачислом напряженности (2.1)

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial}{c\partial t}\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}-\Delta\right)+\frac{1}{3}\left(\nabla\{\nabla\nabla\}\right),-\left(\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}-\Delta\right)\nabla+\right.\\ \left.+\frac{\partial}{c\partial t}\{\nabla\nabla\}-\{\nabla\{\nabla\nabla\}\}\right)\circ(0,\mathbf{R})=\nu\left(\rho,\mathbf{J}/\mathbf{c}\right),\end{gathered} \tag{2.5}$$

квадрачислу плотности источников поля. Результат в итоге дает систему уравнений (1.8) и (1.9).

Композиция гиперкомплексного оператора с его сопряженным оператором является скалярным оператором

$$\begin{gathered}\Box_4=\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_1\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_2\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_3\right)=\\ =\frac{\partial^4}{c^4\partial t^4}-2\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}\Delta+\frac{4}{3}\frac{\partial}{c\partial t}\left(\nabla\left\{\nabla\nabla\right\}\right)+\Delta\Delta-\left(\left\{\nabla\nabla\right\}\left\{\nabla\nabla\right\}\right)=\\ =\frac{\partial^4}{c^4\partial t^4}+\frac{\partial^4}{\partial x^4}+\frac{\partial^4}{\partial y^4}+\frac{\partial^4}{\partial z^4}-2\left(\frac{\partial^4}{c^2\partial t^2\partial x^2}+\frac{\partial^4}{c^2\partial t^2\partial y^2}+\frac{\partial^4}{c^2\partial t^2\partial z^2}+\frac{\partial^4}{\partial x^2\partial y^2}+\right.\\ \left.+\frac{\partial^4}{\partial y^2\partial z^2}+\frac{\partial^4}{\partial z^2\partial x^2}\right)+8\frac{\partial^4}{c\,\partial t\partial x\partial y\partial z}=\prod_m^4\left[\frac{\partial}{c\partial t}+(\varepsilon^m\nabla)\right],\end{gathered} \tag{2.6}$$

где $\Delta = (\nabla\nabla)$ есть оператор Лапласа. Поэтому при подстановке композиции (2.1) в композицию (2.5) получим следующее волновые уравнения четвертого порядка для потенциалов

$$\begin{aligned} \Box_4\varphi &= \nu\rho, \\ \Box_4\mathbf{A} &= \tfrac{\nu}{c}\mathbf{J}. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Из уравнений (1.8) и (1.9) или из (2.7) вытекает уравнение непрерывности для плотности источника

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + (\nabla\mathbf{J}) = 0. \tag{2.8}$$

Далее рассмотрим композицию

$$(0, \mathbf{R}) \circ (\rho, \mathbf{J}/c) = ((\mathbf{J}\mathbf{R})/c,\ \rho\mathbf{R} + \{\mathbf{J}\mathbf{R}\}/c)\,. \tag{2.9}$$

Скалярная часть в (2.9) представляет собой работу физического поля над источником

$$A = (\mathbf{J}\mathbf{R})/c, \tag{2.10}$$

а векторная часть есть сила

$$\mathbf{F} = \rho\mathbf{R} + \{\mathbf{J}\mathbf{R}\}/c, \tag{2.11}$$

действующая на источник поля

Тогда с учетом выражения импульса [3]

$$\mathbf{p} = m_0 c N\left(\mathbf{v}/c\right)\left[\frac{1}{4}\sum_m^4 \varepsilon^m \frac{\varepsilon^m\left(\mathbf{v}/c\right)}{1 + (\varepsilon^m\mathbf{v})/c}\right] = -\frac{m_0\mathbf{v}^{-1}}{N\left(\mathbf{v}^{-1}/c\right)}, \tag{2.12}$$

где функции

$$N\left(\mathbf{v}/c\right) = \left\{\prod_m^4 \left[1 + (\varepsilon^m\mathbf{v})/c\right]\right\}^{1/4}, \quad N\left(\mathbf{v}^{-1}/c\right) = \left\{\prod_m^4 \left[1 + \left(\varepsilon^m\mathbf{v}^{-1}\right)/c\right]\right\}^{1/4}, \tag{2.13}$$

справедливо уравнение движения частицы с зарядом в физическом векторном поле

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \int \left(\rho\mathbf{R} + \{\mathbf{J}\mathbf{R}\}/c\right) dV. \tag{2.14}$$

Здесь $\mathbf{v}^{-1}$ есть обратный элемент к скорости $\mathbf{v}$ в группе трёхмерных координатных скоростей и имеет следующее значение в разных формах [3, 4]

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{-1} &= \left[\frac{1}{4}\sum_m^4 \frac{\varepsilon^m c}{1 + (\varepsilon^m\mathbf{v})/c}\right]\left[\frac{1}{4}\sum_m^4 \frac{1}{1 + (\varepsilon^m\mathbf{v})/c}\right]^{-1} = \\ &= \left[-\frac{1}{4}\sum_m^4 \frac{\varepsilon^m\left(\varepsilon^m\mathbf{v}\right)}{1 + (\varepsilon^m\mathbf{v})/c}\right]\left[\frac{1}{4}\sum_m^4 \frac{1}{1 + (\varepsilon^m\mathbf{v})/c}\right]^{-1} = \\ &= -\frac{\mathbf{v}\left[1 - (\mathbf{v}\mathbf{v})/c^2\right] - \{\mathbf{v}\mathbf{v}\}/c^2 + \{\mathbf{v}\left\{\mathbf{v}\mathbf{v}\right\}\}/c^3}{1 - (\mathbf{v}\mathbf{v})/c^2 - \left(\mathbf{v}\left\{\mathbf{v}\mathbf{v}\right\}\right)/3c^3}. \end{aligned} \tag{2.15}$$

Для точечного заряда с дельта-функцией для плотности сила в (2.14) имеет вид (2.11), где вместо плотности используется дискретное значение заряда источника.

3 Плотность энергии и её поток

Возвратимся к исходной композиции

$$\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R}) = \nu \left(\rho, \mathbf{J}/c\right), \tag{3.1}$$

компоненты которой дают систему уравнений поля. Учитывая (2.9)-(2.11), получим

$$(0, \mathbf{R}) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R}) = \nu \left(A, \mathbf{F}\right). \tag{3.2}$$

Используем вспомогательное соотношение для композиций

$$\begin{gathered}(0, \mathbf{R}) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R}) = \\ = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ \left[(0, \mathbf{R}) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] - \\ -\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left[\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] \circ \left[\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] + \\ +\frac{1}{2}\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ \left[(0, \mathbf{R}) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ (0, \mathbf{R})\right],\end{gathered} \tag{3.3}$$

где квадратными скобками ограничено действие гиперкомплексных дифференциальных операторов. Тогда (3.2) запишется так

$$\begin{gathered}\frac{1}{2\nu}\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ \left[(0, \mathbf{R}) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] - \\ -\frac{1}{2\nu}\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left[\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] \circ \left[\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] + \\ +\frac{1}{2\nu}\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ \left[(0, \mathbf{R}) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ (0, \mathbf{R})\right] = (A, \mathbf{F}).\end{gathered} \tag{3.4}$$

Для нахождения работы и, соответственно, плотности энергии с ее потоком необходимо вычислить скалярную часть композиций (3.4). Другим подходом является использование уравнения (1.9) при умножении его скалярно на вектор напряженности $\mathbf{R}$, что приводит к равенству

$$\begin{gathered}\left[\left(\mathbf{R}\frac{\partial^3}{c^3\partial t^3}\mathbf{R}\right) - \left(\mathbf{R}\frac{\partial^2}{c^2\partial t^2}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}\right) - \left(\mathbf{R}\frac{\partial}{c\partial t}\Delta\mathbf{R}\right) + \left(\mathbf{R}\frac{\partial}{c\partial t}\left\{\left\{\nabla\nabla\right\}\mathbf{R}\right\}\right)\right] + \\ + \left[\frac{1}{3}\left(\mathbf{R}\left(\nabla\left\{\nabla\nabla\right\}\right)\mathbf{R}\right) + \left(\mathbf{R}\Delta\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}\right) - \left(\mathbf{R}\left\{\left\{\nabla\left\{\nabla\nabla\right\}\right\}\mathbf{R}\right\}\right)\right] = \frac{\nu}{c}\left(\mathbf{J}\mathbf{R}\right).\end{gathered} \tag{3.5}$$

Здесь квадратными скобками выделены слагаемые с производными по времени и производными по координатам. В рассматриваемом случае используется следующее вспомогательное соотношение для производных третьего порядка

$$\mathbf{R}\frac{\partial^3\mathbf{R}}{\partial a\partial b\partial c} = \frac{1}{2}\left[\frac{\partial}{\partial a}\left(\mathbf{R}\frac{\partial^2\mathbf{R}}{\partial b\partial c}\right) + \frac{\partial}{\partial b}\left(\mathbf{R}\frac{\partial^2\mathbf{R}}{\partial c\partial a}\right) - \frac{\partial}{\partial b}\left(\frac{\partial\mathbf{R}}{\partial c}\frac{\partial\mathbf{R}}{\partial a}\right)\right]. \tag{3.6}$$

Из равенства (3.5) следует соотношение

$$\frac{\partial W}{\partial t} + (\nabla\mathbf{S}) = (\mathbf{J}\mathbf{R}) \tag{3.7}$$

для плотности энергии физического векторного поля

$$W=\frac{1}{2\nu}\left[2\left(\mathbf{R}\frac{\partial^2\mathbf{R}}{c^2\partial t^2}\right)-\left(\frac{\partial\mathbf{R}}{c\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial\mathbf{R}}{c\partial t}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}\right)-\left(\mathbf{R}\left\{\nabla\frac{\partial\mathbf{R}}{c\partial t}\right\}\right)-(\mathbf{R}\Delta\mathbf{R})+(\mathbf{R}\left\{\left\{\nabla\nabla\right\}\mathbf{R}\right\})\right] \tag{3.8}$$

и плотности потока энергии в виде вектора с компонентами

$$\begin{aligned}S_x=\frac{c}{2\nu}&\left[-\left\{\mathbf{R}\frac{\partial^2\mathbf{R}}{c^2\partial t^2}\right\}_x+\frac{\partial R_\alpha}{c\partial t}\frac{\partial R_\alpha}{\partial x}-R_\alpha\frac{\partial^2 R_\alpha}{c\partial t\partial x}-\frac{\partial R_x}{c\partial t}\left(\frac{\partial R_y}{\partial y}+\frac{\partial R_z}{\partial z}\right)+\right.\\
&+R_x\left(\frac{\partial^2 R_y}{c\partial t\partial y}+\frac{\partial^2 R_z}{c\partial t\partial z}\right)+2R_\alpha\frac{\partial^2 R_\alpha}{\partial y\partial z}-\left\{\mathbf{R\Delta R}\right\}_x-\frac{\partial R_\alpha}{\partial x}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}_\alpha+R_\alpha\frac{\partial}{\partial x}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}_\alpha+\\
&+2R_y\left(\frac{\partial^2 R_z}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 R_z}{\partial z^2}\right)-2R_z\left(\frac{\partial^2 R_y}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 R_y}{\partial z^2}\right)+2\left(\frac{\partial R_z}{\partial x}\frac{\partial R_x}{\partial y}+\frac{\partial R_y}{\partial x}\frac{\partial R_x}{\partial z}\right)+\\
&\left.+2\left(\frac{\partial R_x}{\partial x}\frac{\partial R_y}{\partial z}+\frac{\partial R_x}{\partial x}\frac{\partial R_z}{\partial y}\right)-2\left(R_z\frac{\partial^2 R_x}{\partial x\partial y}+R_y\frac{\partial^2 R_x}{\partial x\partial z}\right)-2\left(R_x\frac{\partial^2 R_y}{\partial x\partial z}+R_y\frac{\partial^2 R_z}{\partial x\partial y}\right)\right],\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}S_y=\frac{c}{2\nu}&\left[-\left\{\mathbf{R}\frac{\partial^2\mathbf{R}}{c^2\partial t^2}\right\}_y+\frac{\partial R_\alpha}{c\partial t}\frac{\partial R_\alpha}{\partial y}-R_\alpha\frac{\partial^2 R_\alpha}{c\partial t\partial y}-\frac{\partial R_y}{c\partial t}\left(\frac{\partial R_x}{\partial x}+\frac{\partial R_z}{\partial z}\right)+\right.\\
&+R_y\left(\frac{\partial^2 R_x}{c\partial t\partial x}+\frac{\partial^2 R_z}{c\partial t\partial z}\right)+2R_\alpha\frac{\partial^2 R_\alpha}{\partial z\partial x}-\left\{\mathbf{R\Delta R}\right\}_y-\frac{\partial R_\alpha}{\partial y}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}_\alpha+R_\alpha\frac{\partial}{\partial y}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}_\alpha+\\
&+2R_x\left(\frac{\partial^2 R_z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 R_z}{\partial z^2}\right)-2R_z\left(\frac{\partial^2 R_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 R_x}{\partial z^2}\right)+2\left(\frac{\partial R_z}{\partial y}\frac{\partial R_y}{\partial x}+\frac{\partial R_x}{\partial y}\frac{\partial R_y}{\partial z}\right)+\\
&\left.+2\left(\frac{\partial R_y}{\partial y}\tfrac{\partial R_x}{\partial z}+\frac{\partial R_y}{\partial y}\frac{\partial R_z}{\partial x}\right)-2\left(R_x\frac{\partial^2 R_y}{\partial z\partial y}+R_z\frac{\partial^2 R_y}{\partial y\partial x}\right)-2\left(R_y\frac{\partial^2 R_z}{\partial x\partial y}+R_z\frac{\partial^2 R_x}{\partial y\partial z}\right)\right],\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}S_z=\frac{c}{2\nu}&\left[-\left\{\mathbf{R}\frac{\partial^2\mathbf{R}}{c^2\partial t^2}\right\}_z+\frac{\partial R_\alpha}{c\partial t}\frac{\partial R_\alpha}{\partial z}-R_\alpha\frac{\partial^2 R_\alpha}{c\partial t\partial z}-\frac{\partial R_z}{c\partial t}\left(\frac{\partial R_x}{\partial x}+\frac{\partial R_y}{\partial y}\right)+\right.\\
&+R_z\left(\frac{\partial^2 R_y}{c\partial t\partial y}+\frac{\partial^2 R_x}{c\partial t\partial x}\right)+2R_\alpha\frac{\partial^2 R_\alpha}{\partial x\partial y}-\left\{\mathbf{R\Delta R}\right\}_z-\frac{\partial R_\alpha}{\partial z}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}_\alpha+R_\alpha\frac{\partial}{\partial z}\left\{\nabla\mathbf{R}\right\}_\alpha+\\
&+2R_y\left(\frac{\partial^2 R_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 R_x}{\partial y^2}\right)-2R_x\left(\frac{\partial^2 R_y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 R_y}{\partial y^2}\right)+2\left(\frac{\partial R_y}{\partial z}\frac{\partial R_z}{\partial x}+\frac{\partial R_x}{\partial z}\frac{\partial R_z}{\partial y}\right)+\\
&\left.+2\left(\frac{\partial R_z}{\partial z}\frac{\partial R_x}{\partial y}+\frac{\partial R_z}{\partial z}\frac{\partial R_y}{\partial x}\right)-2\left(R_y\frac{\partial^2 R_z}{\partial x\partial z}+R_x\frac{\partial^2 R_z}{\partial y\partial z}\right)-2\left(R_z\frac{\partial^2 R_x}{\partial y\partial x}+R_x\frac{\partial^2 R_y}{\partial z\partial y}\right)\right],\end{aligned} \tag{3.11}$$

где по α производится суммирование.

Плотность энергии и её поток зависят от вторых производных и их смешанных значений по времени и координатам от значений компонент вектора напряженности. При интегрировании соотношения (3.7) по всему пространству остается слева член с производной по времени от энергии физического векторного поля и, следовательно, имеем равенство для работы

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\int WdV\right)=A. \tag{3.12}$$

4 Волны физического поля “деформаций”

Рассмотрим уравнение поля без источников с $\rho=0$ и $\mathbf{J}=0$. Тогда, согласно (2.3) и (2.5), имеем композиции гиперкомплексных операторов

$$\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_1\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_2\right)\circ\left(\frac{\partial}{c\partial t},\nabla_3\right)\circ(0,\mathbf{R})=0. \tag{4.1}$$

Композиции (4.1) с исходным гиперкомплексным оператором

$$\left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_1\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_2\right) \circ \left(\frac{\partial}{c\partial t}, \nabla_3\right) \circ (0, \mathbf{R}) = 0 \tag{4.2}$$

есть скалярный оператор (2.6), что приводит к уравнениям поля

$$\Box_4 \mathbf{R} = 0. \tag{4.3}$$

Запишем их в виде

$$\prod_m^4 \left[\frac{\partial}{c\partial t} + (\varepsilon^m \nabla)\right] \mathbf{R} = 0. \tag{4.4}$$

Решение волнового уравнения (4.3) или (4.4) имеет вид

$$f = f_1\left[t + \left(\nabla^1 \varepsilon^1\right)/c\right] + f_2\left[t + \left(\nabla^2 \varepsilon^2\right)/c\right] + f_3\left[t + \left(\nabla^3 \varepsilon^3\right)/c\right] + f_4\left[t + \left(\nabla^4 \varepsilon^4\right)/c\right] \tag{4.5}$$

с произвольными функциями f_1, f_2, f_3 и f_4 и представляет собой прямую и три обратных плоских волн. Это следовало ожидать из определенности одновременности разноместных событий в пространстве-времени Бервальда-Моора [3]. Конкретные физические задачи для волн “деформаций” представляют отдельный интерес.

Заключение

Теория физического векторного поля, рассматриваемая в предыдущей [1] и настоящей работе, носит принципиально иной характер, чем известные поля, поскольку основывается на симметричном тензоре «деформаций» для векторного потенциала. Например, в теории Максвелла вводится антисимметричный тензор векторного потенциала. Такое различие теорий следует из различия используемых алгебр. В рассматриваемом случае используется алгебра квадрачисел, а в теории Максвелла — алгебра бикватернионов. В работе принята запись уравнений и выражений для потока энергии в скалярно-векторной форме для решения конкретных задач, результаты которых и будут сопоставляться с наблюдениями. Это представляет отдельный интерес для дальнейшей разработки теории. В ковариантном виде компоненты введенного вектора напряженности являются компонентами 4-х индексового тензора напряженности, а значение энергии и ее потока являются компонентами 4-х индексового тензора энергии-импульса. В следующих работах все вычисления будут представлены в ковариантном виде с этими тензорами. Различные теории поля в пространстве Бервальда-Моора рассматриваются, например, в работах [5-7], в которых вводятся антисимметричные тензоры векторных полей, то есть вводятся аналоги соответствующих тензоров теории Максвелла. Тем самым имеют место подходы, отличные от рассматриваемого. Для используемой модели найдены плотности поля и её поток, зависящие от вторых производных и их смешанных значений от времени и координат компонент вектора напряженности. Случай силы, действующей на источник и зависящей только от производных вектора напряженности, не исследовался. Однако его легко реализовать по используемой методике. Даются уравнения движения заряженной частицы, находящейся в физическом векторном поле. Показано, что волны физического поля состоят из прямой и трех обратных плоских волн.

Литература

[1] Зарипов Р.Г. Модель физического поля в собственном трехмерном пространстве для геометрии событий Бервальда-Моора // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2 (10), т.5., 2008., с.124-130.

[2] Зарипов Р.Г. Физическое время и расстояние в пространстве-времени Бервальда-Моора // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2 (8), т.4, 2007, с.24-40.

[3] Зарипов Р.Г. Отношение одновременности в финслеровом пространстве-времени // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 1 (5), т.3, 2006, с.27-46.

[4] Зарипов Р.Г. К релятивистской теории в гиперкомплексных системах // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 1 (7), т.4, 2007, с.63-81.

[5] Гарасько Г.И. Теория поля и финслеровы пространства // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2006, 2 (6). т.3. с.6-20.

[6] Гарасько Г.И. Слабые поля // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2007, 2 (8), т.4. с.3-12.

[7] Сипаров С.В. В вопросу об анизотропной геометродинамике. // *Гиперкомплексные числа в геометрии и физике*, 2008, 2 (10), т.5, с.64-74.

TO THE THEORY OF A PHYSICAL VECTOR FIELD IN NATURAL THREE-DIMENSIONAL SPACE FOR GEOMETRY OF EVENTS BERWALD-MOOR

R.G. Zaripov

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences, Kazan, Russia

zaripov@mail.knc.ru

The model of a physical vector field with density of scalar and vector sources in natural three-dimensional space for geometry of events Berwald-Moor are is considered. The density of an energy and its stream which depend on second derivative of components of a vector of strength are defined. Expression for the force working on a source of a field is deduced and the equations of motion of the charged particle are submitted. The question of waves of a field of "deformations"in vacuum is discussed.

Key Words: space-time Berwald-Moor, a physical vector field, energy, force, equations of motion, flat waves.