## О V МЕЖДУНАРОДНОЙ ШКОЛЕ-СЕМИНАРЕ «ОСНОВЫ ФИНСЛЕРОВОЙ ГЕОМЕТРИИ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ В ФИЗИКЕ»

Международный фонд развития исследований по финслеровой геометрии и Научноисследовательский институт гиперкомплексных систем в геометрии и физике при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации и при содействии Московского Государственного Технического Университета им. Н.Э. Баумана провели 1—7 ноября 2010 г. для старшеклассников, студентов и молодых ученых V Международную школу-семинар «Основы финслеровой геометрии и ее приложения в физике». Занятия школы проходили в Учебно-лабораторном корпусе МГТУ, а также в живописном месте Подмосковья на территории Учебного Центра г. Королев «Лесное озеро». Школа проходила параллельно и совместно с VI Международной конференцией «Финслеровы обобщения теории относительности» (FERT-2010), в которой приняли участие более 50 ученых из 10 стран.

Несколько слов о финслеровой геометрии. Финслерова геометрия — это естественное продолжение ряда: геометрия Евклида, геометрия Минковского, геометрия общей теории относительности. Основное отличие финслеровой геометрии от перечисленных выше в том, что аналоги теоремы Пифагора в ней могут связывать между собой не только квадраты гипотенуз и катетов, но и более высокие их степени, в частности, третьи или четвертые. Есть основания предполагать, что эта геометрия может оказаться фундаментом будущей единой теории поля, которая со временем станет теоретической основой создания принципиально новых прикладных устройств в области энергетики, связи и транспорта.

Существует целый ряд астрофизических наблюдений свидетельствующих, что наша Вселенная анизотропна не только до интервалов в 100 – 200 МПарсек, но и много дальше, возможно, вплоть до своих видимых границ. Подобные факты делают актуальными поиски удовлетворительного обобщения метрики Минковского на одну из финслеровых метрик. Чтобы оказаться работоспособным, такое обобщение, с одной стороны, должно не противоречить современным псевдоримановым представлениям о пространстве-времени, а с другой, — давать именно такие следствия, которые согласуются с наблюдениями анизотропии. Среди таких наблюдений, свидетельствующих о глобальной анизотропии нашей Вселенной, можно упомянуть:

- анизотропию реликтового фона, на сегодня наиболее полно исследованную в рамках программ WMAP и Plank;
- анизотропию собственных движений квазаров, выявленную в работах MacMillan;
- анизотропию распределений по небосводу параметра Хаббла, выявленную в работе McClure и Dyer вплоть до расстояний в 300 МПарсек.

Одним из наиболее перспективных кандидатов на замену псевдоримановой метрики пространства-времени является четырехмерное финслерово пространство с метрикой Бервальда-Моора. Тесное родство этих двух пространств особенно ярко проявляется в так называемом изотропном базисе, все четыре вектора которого лежат на световом конусе.

## Ортогональный базис

Пространство – времени Минковского:

$$S^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 (1)$$

Пространство – времени Бервальда-Моора:

$$S^{4} = c^{4}t^{4} + x^{4} + y^{4} + z^{4} - 2c^{2}t^{2}(x^{2} + y^{2} + z^{2}) - 2(x^{2}y^{2} + x^{2}z^{2} + y^{2}z^{2}) + 8ctxyz$$
 (2)

## Изотропный базис

Пространство – времени Минковского:

$$S^{2} = h_{1}h_{2} + h_{1}h_{3} + h_{1}h_{4} + h_{2}h_{3} + h_{2}h_{4} + h_{3}h_{4}$$

$$\tag{3}$$

Пространство – времени Бервальда-Моора:

$$S^4 = h_1 h_2 h_3 h_4 \tag{4}$$

## Произвольный базис

Пространство – времени Минковского:

$$dS^2 = g_{ij}(x)dx^i dx^j (5)$$

Пространство – времени Бервальда-Моора:

$$dS^4 = g_{ijkl}(x)dx^i dx^j dx^k dx^l (6)$$

Среди свойств, делающих эти пространства весьма схожими можно назвать:

- пространственную однородность, из которой следуют законы сохранения энергииимпульса;
- равноправие времениподобных направлений, из которого следуют законы сохранения положения центра масс и релятивистская инвариантность;
- наличие группы симметрий SO (3), правда, ее инвариантом являются не трех- или четырехмерные интервалы, а более сложные метрические величины;
- постоянство скорости света, которая, как и в пространстве Минковского не зависит, ни от скорости наблюдателя, ни от направления;
- наличие светового конуса, делящего все четырехмерное пространство на конус прошлого, конус будущего и область абсолютно удаленных событий;
- упорядоченность событий по временной координате, что позволяет говорить о совместимости с принципом причинности.

Однако есть и существенные отличия:

- группа движений (изометрических преобразований) рассматриваемого финслерова пространства 7-параметрическая вместо 10-параметрической группы Пуанкаре;
- группа конформных преобразований бесконечномерная, вместо 15-параметрической конформной группы пространства Минковского;
- имеются дополнительные бесконечномерные группы непрерывных симметрий, аналогов которым нет в пространстве Минковского;
- в аффинном представлении световой конус рассматриваемого пространства имеет вид двух четырехгранных пирамид, а не форму круглого конуса, как в пространстве Минковского;
- трехмерное пространство относительно одновременных событий представляет собой нелинейную гиперповерхность, вместо гиперплоскости пространства Минковского.

Сходство двух пространств особенно сильно проявляется при малых скоростях по отношению к скорости света, когда оба они приближенно могут описываться геометрией Галилея. При больших скоростях проблема соответствия пока не решена, однако и тут вполне может найтись параметр для предельного перехода. Независимо от этого уместно поставить вопрос: имеются ли какие-либо экспериментальные или наблюдательные свидетельства, которые говорили бы в пользу лучшего описания реального Мира именно с позиций финслеровой геометрии, а не псевдоримановой?

Существует версия, что если подобные поверочные явления есть, то искать их следует на космологических интервалах. Из различных вариантов соответствующей проверки особый интерес представляет ситуация с анизотропией реликтового излучения. Это явление связано с событиями, имевшими место миллиарды лет назад и удаленными от нас на расстояния в миллиарды световых лет. То есть, как раз там, где по выдвигаемым предположениям наиболее рельефно должны проявляться специфические анизотропные финслеровские эффекты. Кроме того, известны две явные аномалии связанные именно с реликтовым излучением. Важный характер первой из них отметил Роджер Пенроуз — это слишком низкая амплитуда квадруполя, которая в семь раз меньше предсказываемого стандартной моделью значения. Вторая аномалия связана с подозрительной параллельностью осей трех первых сферических гармоник: диполя, квадруполя и октуполя. Если с позиций финслеровой геометрии предложить правдоподобные объяснения этим двум аномалиям, а также суметь предсказать и провести проверку некоторых дополнительных явлений — новая финслерова геометрия получила бы веские аргументы в свою пользу.

Первые три дня Школа проходила в зале заседаний Учебно-лабораторного корпуса Московского Государственного Технического Университета (МГТУ) им. Н.Э. Баумана, остальные дни — в Учебном Центре «Лесное озеро», находящемся в ведении муниципалитета города Королева. На территории Центра, расположенного в 30 км от Москвы, Фонд развития исследований по финслеровой геометрии несколько лет назад построил комфортабельное здание, предназначенное для проведения загородных семинаров, которые регулярно проводятся там с 2002 года. В настоящее время здание является загородной базой Научно-исследовательского института «Гиперкомплексных систем в геометрии и физике» и в нем регулярно проводятся научные семинары, школы и конференции. Сказочный лес, красивое озеро, чистый воздух и тишина — создают все условия для плодотворной учебы и работы над научными задачами.

Последняя Школа явилась уже пятой из тех, что организовывались НИИ Гиперкомплексных систем в геометрии и физике. В их рамках прошли обучение более 100 слушателей (старшеклассники, студенты, аспиранты, преподаватели ВУЗов, кандидаты и доктора наук). Международным коллективом профессоров прочитано в общей сложности более тысячи часов лекций по теоретической физике, астрофизике, финслеровой геометрии, алгебре и общей теории относительности.

В работе V Международной школы-семинара «Основы Финслеровой геометрии и ее приложения в физике» в качестве слушателей приняли участие следующие старшеклассники, студенты, аспиранты и кандидаты наук (всего 56 человек): Баронин Алексей Михайлович (МГТУ им. Баумана), Бочарова Елена Игоревна (МГТУ им. Баумана), Бреховских Владимир Валерьевич (МГТУ им. Баумана), Васильев Николай Сергеевич (ЦПФ при МГУ им. Баумана), Веселов Александрович Петрович (МГТУ им. Баумана), Виноградов Константин Сергеевич («Логос» г. Ярославль), Винтайкин Иван Борисович (МГТУ им. Баумана), Вислов Александр Петрович (МГТУ им. Баумана), Гаранин Александр Алексеевич (МГТУ им. Баумана), Гладких Алексей Викторович (МГТУ им. Баумана) Гориненко Юрий Юрьевич (Лицей 1580) Данилова Анна Андреевна (МГТУ им. Баумана) Дюдина Анастасия Михайловна (Лицей 1580), Егоренко Антон Сергеевич (МГТУ им. Баумана), Ефремов Ярослав Владимирович (МГТУ им. Баумана), Журавлев Сергей Владимана),

мирович (МГТУ им. Баумана), Завидеев Артем Сергеевич (МГТУ им. Баумана), Зимин Михаил Михайлович (МПГУ им. Ленина), Иванов Виктор Александрович (г. Красноярск, Сибирский федеральный университет), Изпольков Алексей Алексадрович (МГТУ им. Баумана), Киктенко Евгений Олегович (МГТУ им. Баумана), Клещев Алексей Борисович (МПГУ им. Ленина), Козин Александр Васильевич («Логос» г. Ярославль), Комарица Оксана Валентиновна (МГТУ им. Баумана), Крылова Нина Георгиевна Беларусь (Беларусский Государственный Университет, г. Минск), Кудрявцев Максим Андреевич (МГТУ им. Баумана), Кузнецов Михаил Юрьевич (ИЯИ РАН), Куликов Илья Владимирович (МГ-ТУ им. Баумана), Курочкин Антон Вадимович (МГТУ им. Баумана), Лапшин Александр Валерьевич (г. Первоуральск), Литвинова Анна Олеговна (МГТУ им. Баумана), Мнацаканова Алена Геннадьевна (МГТУ им. Баумана), Мурчинский Владислав Сергеевич (ГУУ), Нестеров Валерий Алексеевич (МГТУ им. Баумана), Никулин Дмитрий Юрьевич (Лицей 1580), Никулин Михаил Юрьевич (Лицей 1580), Павлов Владимир Алексеевич (МГТУ им. Баумана), Павлов Владислав Дмитриевич (МГТУ им. Баумана), Перегожин Алексей Владимирович (МГТУ им. Баумана), Поржежинская Елена Юрьевна (МГТУ им. Баумана), Расников Максим Дмитриевич (ЯрГУ им. Демидова), Ребров Степан Владимирович (РГУ, мехмат, теория функций и функционального анализа), Рожкова Любовь Михайловна (МГТУ им. Баумана), Скибин Дмитрий Александрович (Лицей 1580), Смоляков Александр Валерьевич («Логос» г. Ярославль), Смыгалина Анна Евгеньевна (МГТУ им. Баумана), Степанян Иван Викторович, Сутула Ирина Игоревна (МГТУ им. Баумана), Томчук Александр Александрович (МГТУ им. Баумана), Тонцов Петр Николаевич (МГГУ), Федотов Иван Михайлович (МГТУ им. Баумана), Фомин Игорь Владимирович (МГТУ им. Баумана), Чернакова Марина Сергеевна (Центр гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС), Щегольков Алексей Александрович (МГТУ им. Баумана), Яковенко Иван Сергеевич (МГТУ им. Баумана).

В V Школе были прочитаны лекции по следующим направлениям:

- 1. Балан Владимир (Политехнический университет, г. Бухарест, Румыния) «Финслеровы пространства основные геометрические объекты и приложения».
- 2. Гладышев Владимир Олегович (НИИ ГСГФ, директор; МГТУ им. Н. Э. Баумана, профессор) «Оптические эксперименты по поиску анизотропии пространства».
- 3. Бринзей Николетта (Университет Трансильвания, г. Брашов, Румыния) «Физические интерпретации функций от комплексных чисел».
- 4. Богословский Георгий Юрьевич (НИИ ядерной физики им. Д. В. Скобельцина МГУ им. М. В. Ломоносова, г. Москва, Россия) «Финслеровы расширения ОТО».
- 5. Кокарев Сергей Сергеевич (Образовательный центр «Логос», г. Ярославль; НИИ «Гиперкомплексные системы в геометрии и физике», г. Фрязино, Россия) «Современные физико-геометрические концепции».
- 6. Лебедев Сергей Витальевич (МГТУ им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Россия) «Финслерова геометрия по П.К. Рашевскому».
- 7. Павлов Дмитрий Геннадиевич (НИИ Гиперкомплексных систем в геометрии и физике, г. Фрязино, Россия) «Двойные числа и физические интерпретации функций от них».
- 8. Панчелюга Виктор Анатольевич (НИИ Гиперкомплексных систем в геометрии и физике, г. Фрязино; Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН, г. Пущино, Россия) «Фракталы на комплексных и двойных числах».
- 9. Сипаров Сергей Викторович (Государственный Университет гражданской авиации, профессор, г. Санкт-Петербург, Россия) «Современные проблемы ОТО».

- 10. Чернов Владимир Михайлович (Самарский аэрокосмический университет; Институт систем обработки изображений РАН, г. Самара, Россия) «Алгебры».
- 11. Элиович Александр Александрович (Институт Системных Исследований РАН, г. Москва, Россия) «Методология и проблематика современной физики».

В качестве дополнительной программы слушателями Школы были прослушаны следующие доклады VI Международной Конференции «Финслеровы обобщения теории относительности» (FERT-2010):

- 1. Кокарев С.С. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия), Павлов Д. Г. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия) «Алгебраическая единая теория пространства-времени и материи на плоскости двойной переменной».
- 2. Павлов Д. Г. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия) «Гиперболический аналог электромагнитного поля.»
- 3. Кисиль В. (Университет Лидса, Лидс, Великобритания) «Симметрии, гиперчисла и недифференциальные геометрии».
- 4. Плакса С. (Институт математики НАН Украины, Киев, Украина) «Коммутативные алгебры, ассоциируемые с уравнениями математической физики».
- 5. Богословский Г. Ю. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино; Институт ядерной физики им Скобельцина МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия) «О некоторых аспектах теории локально анизотропного пространства-времени».
- 6. Лебедев С. В. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино; МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия), Гарасько Г.И. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино; ГУП Всероссийский электротехнический институт, Москва, Россия), Павлов Д.Г. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Россия), Панчелюга В.А. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино; Институт теоретической и экспериментальной биофизики РАН, Пущино, Россия) «Лестничное (обобщенно-экспоненциальное) представление поличисел, рассмотренное на примере НЗ и Н4.».
- 7. Сипаров С. В. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, Государственный университет гражданской авиации, кафедра физики, С.-Петербург, Россия)
- 8. Чернов В. М. (Институт систем обработки изображений РАН, Самара, Россия) «Перспективы компьютера Бервальда-Моора».
- 9. Jose G. Vargas (Ассоциации Фазового Пространства времени, Колумбия, США) «Геометрия Финслера-Калуца-Клейна, предпочтительные системы отсчета и метрика Лоренца».
- 10. Левин С. Ф. (Московский институт экспертизы и испытаний, Москва, Россия) «Идентификация анизотропии красного смещения на основе точного решения уравнения Маттига».
- 11. Бронников К. А., Мельников В. Н. (Центр Гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС, Институт гравитации и космологии, РУДН, Москва, Россия) «Вариации фундаментальных физических констант как тест возможной анизотропии пространства-времени и новая СИ»
- 12. Жотиков В. Г. (Московский физико-технический институт (Национальный исследова-

- тельский университет), Долгопрудный, Московская область, Россия) «О сингулярных метриках Финслера любого класса сингулярности».
- 13. Войку Николетта (Трансильванский Университет, Брашов, Румыния) «Об уравнениях электромагнетизма в пространствах с Финслеровой геометрией».
- 14. Fjelstad Paul (Колледж Св. Олафа, Нортфилд, Миннесота, США) «Трекинг концепций как следствие обобщения».
- 15. Pandey Triyugi (Факультет математики и статистики, Университет Горакпура, Горакпур, Индия) «От Евклидовой к Финслеровой геометрии».
- 16. Силагадзе Зураб (Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера, Новосибирск, Россия) «О Финслеровом обобщении метрики Шварцшильда».
- 17. Глазунов Н. М. (Национальный авиационный университет, Киев, Украина) «О финслеровых геометриях с симметрическими метрическими функциями».
- 18. Neagu Mircea, Atanasiu Gheorghe (Факультет математики и информатики, Трансильванский Университет, Брашов, Румыния) «Локальная Риманово-Финслерова геометрия струй для трехмерного времени».
- 19. Кассандров В. В. (Институт гравитации и космологии Российского университета дружбы народов, Москва, Россия) «О связи линейной и финслеровой геометрий пространства-времени, индуцируемых структурой комплексных кватернионов».
- 20. Гладышев В. О. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино; МГ-ТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия) «Проблема поиска анизотропии пространствавремени».
- 21. Элиович А. А. (НИИ гиперкомплексных систем в геометрии и физике, Фрязино, РУДН, Москва, Россия). «О полинормах, автоморфизмах и теория поля».
- 22. Фильченков М. Л. (Институт гравитации и космологии. Российский университет дружбы народов, Москва, Россия), Лаптев Юрий П. (МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия) «К вопросу об анизотропных римановых и финслеровых метриках»
- 23. Горелик В. С. (Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, Москва, Россия) «Микроструктура квазикристаллического физического вакуума и возможность генерации скалярных бозонов»
- 24. Крылова Г. В., Крылова Н. Г. (Белорусский Государственный Университет, Минск, Белоруссия) «Эффекты финслеровой геометрии в физике поверхностных явлений: случай монослойных систем»
- 25. Лапшин А. В. (Уральский государственный университет им. А. М. Горького, Россия) «К вопросу о двойственности между алгебрами двойных и комплексных чисел»
- 26. Шакиров Ш. Р. (Институт Теоретической и Экспериментальной Физики, Москва, Россия) «Свойства объема, ограниченного алгебраической поверхностью»

Отчеты о Школах 2008 — 2010 годов можно найти на сайте: http://hypercomplex.xpsweb.com/articles/452/ru/pdf/otchet.pdf http://hypercomplex.xpsweb.com/articles/522/ru/pdf/otchet-3.pdf

Для получения общих представлений о том, что из себя представляют финслеровы пространства и связанные с ними гиперкомплексные числа, интересующимся можно рекомендовать посмотреть научно-популярные фильмы «Геометрия вселенной с различных

точек зрения» и «Анизотропный мир», ссылки на которые размещены на странице:

http://www.polynumbers.ru/section.php? lang=ru&genre=75

Там же представлены видеоверсии некоторых докладов, прозвучавших во время V Школы и VI Конференции FERT-2010.

Для тех, кто хочет попробовать самостоятельно разобраться в основаниях финслеровой геометрии и некоторых гиперкомплексных алгебр, можно рекомендовать монографию  $\Gamma$ .И. Гарасько «Начала финслеровой геометрии для физиков»:

http://hypercomplex.xpsweb.com/page.php?lang=ru&id=487

Д.Г. Павлов