ПОЛЕВЫЕ АНАЛОГИ ЗАКОНОВ НЬЮТОНА ДЛЯ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРО-ГРАВИМАГНИТНОГО ПОЛЯ

Л. А. Алексеева

Институт математики МОН РК, Алматы, Казахстан
alexeeva@math.kz

С использованием гамильтоновой формы уравнений Максвелла предложена бикватернионная модель электро-гравимагнитного (ЭГМ))поля. Построены уравнения взаимодействия ЭГМ-полей, порождаемых различными зарядами и токами. Рассмотрены полевые аналоги трех законов Ньютона для свободных и взаимодействующих зарядов-токов, а также суммарного поля взаимодействий. Исследована инвариантность уравнений модели ЭГМ-поля при преобразованиях Лоренца, и, в частности, закона сохранения заряда-тока. Показано, что при взаимодействии полей этот закон отличается от общеизвестного. Предложена новая модификация уравнений Максвелла с введением скалярного поля сопротивления в бикватернион напряженности ЭГМ-поля. Построены релятивистские формулы преобразования плотностей масс и зарядов, токов, сил и их мощностей. Дано решение задачи Коши для уравнения трансформации зарядов и токов.

Ключевые слова: электро-гравимагнитное поле, бикватернион, уравнения Максвелла, уравнения трансформации, законы сохранения, энергия взаимодействия, преобразования Лоренца.

MSC 35Q60, 83C50. **УДК** 519.6:537.12:531.1

В статье рассматривается одна бикватернионная модель электро-гравимагнитного (ЭГМ) поля, названная *A-полем.* Для ее построения использовалась комплексная гамильтонова форма симметризованных уравнений Максвелла [1]. В [2] показано, что гамильтонова форма позволяет легко перейти к бикватернионной записи этих уравнений и законов сохранения. Следует отметить, что свои уравнения Д. К. Максвелл дал в кватернионной форме, а ныне принятая и широко используемая принадлежит О. Хевисайду [3]. Кватернионные формы уравнений Максвелла ранее получали и другие авторы [3–5]. Они различаются в зависимости от того, как вводятся кватернионы напряженности, зарядов и токов ЭМ-поля, а также операции на их алгебрах. Однако эти формы использовались в основном лишь для исследования решений уравнений Максвелла. Подобные формы также использовал В. В. Кассандров для построения своей модели поля [6].

Здесь используется скалярно-векторная запись бикватернионов, которая очень наглядна и удивительно приспособлена для записи физических величин и уравнений. Рассмотрена задача Коши для комплексных градиентов в пространстве бикватернионов и получены их решения.

С введением бикватерниона *силы-мощности* развивается бикватернионный подход для построения уравнений взаимодействия A-полей, порождаемых различными зарядами и токами, и на их основе аналоги трех законов Ньютона для свободных и взаимодействующих зарядов-токов, а также суммарного поля взаимодействий. Получены законы преобразования и сохранения энергии при взаимодействии.

Исследована инвариантность уравнений модели A-поля при преобразованиях Лоренца, и, в частности, закона сохранения заряда-тока. Показано, что при взаимодействии зарядов-токов, этот закон отличается от общеизвестного. Предложена новая модификация уравнений Максвелла с введением скалярного поля в бикватернион напряжености А-поля. Построены релятивистские формулы преобразования плотностей масс и зарядов, токов, сил и их мощностей.

1. Гамильтонова форма уравнений Максвелла

Симметризованные уравнения Максвелла для ЭМ-поля можно записать в виде одного векторного и одного скалярного уравнения. В пространстве Минковского $\mathbf{M} = R^{1+3} = \{(\tau, x) = (ct, x_1, x_2, x_3)\}$ они имеют следующий вид [1]:

$$\partial_\tau A + i \, rot A + J = 0, \tag{1}$$

$$\rho = div \, A, \tag{2}$$

где A – комплексный вектор напряженности поля:

$$A = A^E + i \, A^H = \sqrt{\varepsilon} \, E + i \sqrt{\mu} \, H, \tag{3}$$

E, H – напряженности электрического и магнитногополей, ε, μ – константы, характеризующие электрическую проводимость и магнитную проницаемость среды, $c = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$ – скорость ЭМ-волн. Плотность заряда ρ и J – ток выражаются через электрические и магнитные заряды и токи формулами:

$$\rho = \rho^E/\sqrt{\varepsilon} - i \, \rho^H/\sqrt{\mu}, \qquad J = \sqrt{\mu} \, j^E - i\sqrt{\varepsilon} \, j^H, \tag{4}$$

$$\rho^E = \varepsilon \, div \, E, \qquad \rho^H = -\mu \, div \, H. \tag{5}$$

Плотность энергия А-поля W и вектор Пойнтинга P определяются выражениями:

$$W = 0,5 \left(\varepsilon \, \|E\|^2 + \mu \, \|H\|^2\right) = 0,5(A, \bar{A}), \qquad P = c^{-1} E \times H = 0,5i \, [A, \bar{A}], \tag{6}$$

где $\bar{A} = \sqrt{\varepsilon}E - i\sqrt{\mu}H$ – комплексно-сопряженное A. Здесь всюду $(a, b) = \sum_{i=1}^{3} a_i b_i$, $[a, b] = a \times b = \sum_{i,j,k=1}^{3} \varepsilon_{ijk} e_i a_j b_k$ – скалярное и векторное произведения a и b соответственно, ε_{ijk} – псевдотензор Леви-Чивита, e_i – орты декартовой системы координат. Как видим из (6), плотность энергии – это просто половина квадрата модуля комплексного вектора А.

В уравнениях Максвелла плотность магнитного заряда $\rho^H = 0$, так как магнитное поле – вихревое: $div \, H = 0$. Известно, что гравитационное поле является скалярным, описывается скалярным гравитационным потенциалом, который зависит от распределения масс. Здесь предлагаем объединить эти два поля в одно – *гравимагнитное*, что можно сделать введением гравитационной плотности в уравнения Максвелла. В частности, предположим, что *плотность ρ^H эквивалентна плотности гравитационной массы.* Далее покажем, что эта гипотеза имеет теоретические подтверждения, приводящие к весьма правдоподобным следствиям.

Отсюда следует, что потенциальная часть вектора H описывает гравитационное поле, а вихревая – магнитное, поэтому H-поле – это гравимагнитное поле. Следовательно, A-поле является *электро-гравимагнитным.* Поскольку его размерность определяется плотностью энергии, его можно назвать *энергетическим.*

Будем называть j^H *гравимагнитным* током. При $\rho^H = 0$ это чисто *магнитные* токи, при потенциальном H токи *массовые.*

Заметим, что все соотношения для А-поля (а не для E и H) не содержат констант среды, в частности, скорость электромагнитных волн, которая во введенной системе координат безразмерна и равна 1.

Приведем здесь также некоторые известные утверждения для А-поля, которые являются следствием уравнений Максвелла [1].

Т е о р е м а 1. *При заданных токах и зарядах решение* (1) *является решением волнового уравнения*:

$$\Box A = (\partial_\tau^2 - \Delta) A = i\, rot\, J - grad\rho - \partial_\tau J, \tag{7}$$

и удовлетворяет законам сохранения заряда и энергии:

$$\partial_\tau \rho + div\, J = 0, \tag{8}$$

$$\partial_\tau W + div\, P = -\mathrm{Re}(J, \bar{A}) = c^{-1}(j^H H - j^E E). \tag{9}$$

Система уравнений Максвелла незамкнута. Она позволяет по заданным зарядам и токам определять поле, и наоборот, при заданном поле находить порождающие его заряды и токи. Если последние неизвестны, то для ее замыкания обычно используют уравнения механики сплошных сред. Однако здесь мы поступим иным образом, используя бикватернионную запись этих уравнений и законы Ньютона.

Для перехода к бикватернионной записи этих и последующих уравнений дадим краткое описание функционального пространства бикватернионов и операций над нем.

2. Бикватернионы на пространстве Минковского и их комплексные градиенты

Рассмотрим функциональное пространство бикватернионов – это пространство комплексных кватернионов: $K(\mathbf{M}) = \{\mathbf{F} = f(\tau, x) + F(\tau, x)\}$, где f – комплекснозначная функция, а F – трехмерная вектор-функция с комплексными компонентами, f и F – локально интегрируемы и дифференцируемы на $\mathbf{M} = \{(\tau, x) : \tau \in R^1, \quad x \in R^3\}$. Пространство K – ассоциативная, но некоммутативная алгебра со сложением вида: $\mathbf{F} + \mathbf{G} = (f + g) + (F + G)$, и операцией кватернионного умножения ($\circ$):

$$\mathbf{F} \circ \mathbf{G} = (f + F) \circ (g + G) = (fg - (F, G)) + (fG + gF + [F, G]). \tag{10}$$

Бикватернион $\bar{\mathbf{F}} = \bar{f} + \bar{F}$ называется *комплексно-сопряженным*, а $\mathbf{F}^* = \bar{f} - \bar{F}$ называется *сопряженным*. Если $\mathbf{F}^* = \mathbf{F}$, бикватернион называется *самосопряженным*.

Скалярным произведением бикватернионов $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ назовем билинейную операцию $(\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2) = f_1 f_2 + (F_1, F_2)$. Норма бикватерниона $\|\mathbf{F}\| = \sqrt{(\mathbf{F}, \bar{\mathbf{F}})} = \sqrt{f \cdot \bar{f} + (F, \bar{F})} = = \sqrt{|f|^2 + \|F\|^2}$, а псевдонормой бикватерниона назовем величину $\langle \mathbf{F} \rangle = \sqrt{f \cdot \bar{f} - (F, \bar{F})} = \sqrt{|f|^2 - \|F\|^2}$.

Далее используются дифференциальные операторы – взаимные комплексные градиенты: $\mathbf{D}^+ = \partial_\tau + i\nabla, \quad \mathbf{D}^- = \partial_\tau - i\nabla$, где $\nabla = grad = (\partial_1, \partial_2, \partial_3)$. Их действие на К определено как в алгебре кватернионов: (соответственно знакам)

$$\mathbf{D}^\pm \mathbf{F} = (\partial_\tau \pm i\nabla) \circ (f + F) = (\partial_\tau f \mp i\,(\nabla, F)) \pm \partial_\tau F \pm i \nabla f \pm i[\nabla, F] =$$

$$= (\partial_\tau f \mp i\, div\, F) \pm \partial_\tau F \pm i grad\, f \pm i\, rot\, F.$$

Заметим, что в смысле выше данных определений: $(\mathbf{D}^-)^* = \mathbf{D}^-$, $(\mathbf{D}^+)^* = \mathbf{D}^+$. Легко проверить, что волновой оператор представим в виде:

$$\Box = \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \triangle = \mathbf{D}^- \circ \mathbf{D}^+ = \mathbf{D}^+ \circ \mathbf{D}^-.$$

Используя это свойство, можно строить частные решения дифференциальных уравнений на $K(\mathbf{M})$ вида:

$$\mathbf{D}^{\pm}\mathbf{K} = \mathbf{G}. \tag{11}$$

Отсюда следует, что $\Box\mathbf{K} = \mathbf{D}^{\mp}\mathbf{G}$. Его решением является следующая свертка [7]:

$$\mathbf{K} = \mathbf{D}^{\mp}\mathbf{G} * \psi, \tag{12}$$

где $\psi(\tau, x)$ – фундаментальное решение волнового уравнения: $\Box\psi = \delta(\tau)\delta(x)$. Это решение является также и решением (11). Действительно, используя свойство дифференцирования свертки, получим

$$\mathbf{D}^{\pm}\mathbf{K} = \mathbf{D}^{\pm}\mathbf{D}^{\mp}\left(\mathbf{G}*\ \psi\right) = \Box\left(\mathbf{G}*\ \psi\right) = \left(\mathbf{G}*\ \Box\psi\right) = \mathbf{G}*\delta(\tau)\delta(x) = \mathbf{G}.$$

Фундаментальные решения определяются с точностью до решений однородного волнового уравнения. Для задач с начальными по времени условиями в качестве фундаментального решения удобно использовать обобщенную функцию - простой слой на световом конусе $\tau = \|x\|$:

$$\psi = (4\pi\,\|x\|)^{-1}\delta(\tau - \|x\|),$$

которую назовем *волновой функцией.*

В этом случае, как легко показать, записав свертку в интегральном виде, решение (12) будет равно нулю при $\tau = 0$. Воспользуемся им для построения решений уравнения (13) с данными Коши.

Задача Коши. Пусть известны начальные условия: $\mathbf{K}(0, x) = \mathbf{K_0}(x)$. Требуется построить решение уравнения (11), удовлетворяющее этим данным.

Используем для этого аппарат теории обобщенных функций [7]. Рассмотрим регулярные обобщенные функции вида $\widehat{\mathbf{G}} = H(\tau)\mathbf{G}(\tau, x)$, где $H(\tau)$ – функция Хевисайда. Используя дифференцирование обобщенных функций $(\widehat{\mathbf{D}}^{\pm})$, получим $\widehat{\mathbf{D}}^{\pm}\widehat{\mathbf{K}} = \widehat{\mathbf{G}} + \delta(\tau)\mathbf{K_0}(x)$. Следовательно,

$$\mathbf{H}(\tau)\mathbf{K}(\tau, x) = \mathbf{D}^{\mp}\{H(\tau)\mathbf{G} * \psi\} + \mathbf{G}(0, x) \underset{x}{*} \psi + \mathbf{D}^{\mp}\{\mathbf{K_0}(x) \underset{x}{*} \psi\} \tag{13}$$

(здесь знак "$\underset{x}{*}$ " означает, что свертка берется только по x).

Формула (13) является обобщением формулы Кирхгофа [7] для решения задачи Коши для волнового уравнения. Ее интегральная запись легко выписывается, с учетом вида полной и неполной свертки с ψ. А именно,

$$4\pi\mathbf{K}(\tau, x) = -\mathbf{D}^{\mp}\left\{\int\limits_{r\le\tau} \frac{\mathbf{G}(\tau - r, y)}{r} dV(y) + \tau^{-1}\int\limits_{r=\tau} \mathbf{K_0}(y)dS(y)\right\} - \tau^{-1}\int\limits_{r=\tau} \mathbf{G}(0, y)dS(y), \tag{14}$$

где $r = \|y - x\|$, $dV(y) = dy_1dy_2dy_3$, $dS(y)$ – дифференциал площади сферы.

Перейдем к бикватернионному представлению уравнений А-поля [2].

3. Бикватернионы А-поля

Вводятся бикватернионы: *потенциал* $\mathbf{\Phi} = i\phi - \Psi$, *напряженность* $\mathbf{A} = 0 + A$, *плотность заряда-тока* $\mathbf{\Theta} = -i\rho - J$, *плотность энергии-импульса* $\mathbf{\Xi} = 0,5\,\mathbf{A}^* \circ \mathbf{A} = W + iP$.

Уравнения Максвелла (1)–(2) в пространстве бикватернионов имеют простой вид:

$$\mathbf{D}^{+}\mathbf{A} = \mathbf{\Theta}. \tag{15}$$

Если потенциал $\mathbf{\Phi}$ удовлетворяет лоренцевой калибровке: $\partial_\tau \phi - div\,\Psi = 0$, то $\mathbf{A} = \mathbf{D}^- \mathbf{\Phi}$. Откуда, взяв соответствующий комплексный градиент, получаем волновые уравнения:

$$\Box \mathbf{\Phi} = \mathbf{\Theta}, \tag{16}$$

$$\Box \mathbf{A} = \mathbf{D}^- \mathbf{\Theta}. \tag{17}$$

Следовательно просто последовательное взятие комплексных градиентов от потенциала А-поля определяет бикватернионы, соответствующие напряженности поля, зарядам и токам. Скалярная часть комплексного градиента кватерниона энергии-импульса А-поля дает закон сохранения энергии [2]. Т. е. заряды и токи – это просто *физическое проявление комплексного градиента напряженности ЭГМ-поля.*

Задача Коши для уравнения Максвелла . Как следует из уравнения (13), при известных зарядах-токах и начальных данных $\mathbf{A}(0,x) = \mathbf{A_0}(x)$, решение (15) дается формулой:

$$4\pi \mathbf{A} = -\mathbf{D}^- \left\{ \int\limits_{r\le\tau} \frac{\mathbf{\Theta}(\tau - r, y)}{r} dV(y) + \tau^{-1} \int\limits_{r=\tau} \mathbf{A_0}(y) dS(y) \right\} - \tau^{-1} \int\limits_{r=\tau} \mathbf{\Theta}(0,y) dS(y). \tag{18}$$

Отсюда легко записать интегральные представления для векторов напряженности *E,H*.

4. Преобразование Лоренца K на M

Преобразования Лоренца бикватернионов на пространстве Минковского удобно строить, используя алгебру кватернионов. Для этой цели кватернизируем $\mathbf{M}$, вводя комплексно-сопряженные бикватернионы: $\mathbf{Z} = \tau + ix$, $\bar{\mathbf{Z}} = \tau - ix$. Легко видеть, что

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}^*, \quad \bar{\mathbf{Z}} = \bar{\mathbf{Z}}^*, \quad \|\mathbf{Z}\|^2 = \left\|\bar{\mathbf{Z}}\right\|^2 = (\mathbf{Z}, \bar{\mathbf{Z}}), \quad \langle \mathbf{Z} \rangle^2 = \left\langle \bar{\mathbf{Z}} \right\rangle^2 = \mathbf{Z} \circ \bar{\mathbf{Z}}.$$

Введем самосопряженные бикватернионы $\mathbf{U} = \operatorname{ch}\theta + ie \operatorname{sh}\theta$, $\bar{\mathbf{U}} = \operatorname{ch}\theta - ie\operatorname{sh}\theta$, $\|e\| = 1$, θ – действительное число, $\mathbf{U} \circ \bar{\mathbf{U}} = 1$.

Прямым вычислением доказываются следующие леммы.

Л е м м а 1. *Классическое преобразование Лоренца* $L : \mathrm{Z} \to \mathrm{Z}'$ *имеет вид*:

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{U} \circ \mathbf{Z} \circ \mathbf{U}, \quad \mathbf{Z} = \bar{\mathbf{U}} \circ \mathbf{Z}' \circ \bar{\mathbf{U}},$$

Если вести обозначения: $\operatorname{ch} 2\theta = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$, $\operatorname{sh} 2\theta = \frac{v}{\sqrt{1-v^2}}$, $|v| < 1$, то скалярная и векторная часть бикватернионов запишется в виде известных релятивистских формул:

$$\tau' = \frac{\tau + v(e,x)}{\sqrt{1-v^2}}, \quad x' = (x - e(e,x)) + e\frac{(e,x) + v\tau}{\sqrt{1-v^2}},$$

$$\tau = \frac{\tau' - v(e,x)}{\sqrt{1-v^2}}, \quad x = (x' - e(e,x')) + e\frac{(e,x') - v\tau'}{\sqrt{1-v^2}},$$

что соответствует движению системы координат X в направлении вектора e с безразмерной скоростью v. Легко видеть, что сохраняется псевдонорма:

$$\langle \mathbf{Z}' \rangle^{\mathbf{2}} = \mathbf{U} \circ \mathbf{Z} \circ \mathbf{U} \circ \bar{\mathbf{U}} \circ \bar{\mathbf{Z}} \circ \bar{\mathbf{U}} = \langle \mathbf{Z} \rangle^{\mathbf{2}}.$$

Л е м м а 2. *Сопряженные кватернионы* $\mathbf{W} = \cos\varphi + e\sin\varphi$, $\mathbf{W}^* = \cos\varphi - e\sin\varphi$, $\|e\| = 1$, *определяют группу преобразований на **M**, ортогональных на векторной части* Z : $\mathbf{Z}' = \mathbf{W} \circ \mathbf{Z} \circ \mathbf{W}^*$, $\mathbf{Z} = \mathbf{W}^* \circ \mathbf{Z}' \circ \mathbf{W}$.

Это преобразование есть вращение вокруг вектора e на угол 2φ . Следствием этих двух лемм является

Л е м м а 3. *Преобразование Лоренца на* $\boldsymbol{M}$ *можно определить как преобразование вида*:

$$\mathbf{Z}' = \mathbf{L} \circ \mathbf{Z} \circ \mathbf{L}^*, \quad \mathbf{Z} = \mathbf{L}^* \circ \mathbf{Z}' \circ \mathbf{L}, \tag{19}$$

где $\mathbf{L} = \mathbf{W} \circ \mathbf{U} = \operatorname{ch}(\theta + i\varphi) + ie \operatorname{sh}(\theta + i\varphi)$, $\mathbf{L}^* = \mathbf{U}^* \circ \mathbf{W}^* = \operatorname{ch}(\theta - i\varphi) + ie \operatorname{sh}(\theta - i\varphi)$. *При этом сохраняется псевдонорма:* $\langle \mathbf{Z} \rangle = \langle \mathbf{Z}' \rangle$.

Легко видеть, что $\bar{\mathbf{L}} \circ \mathbf{L}^* = \mathbf{L}^* \circ \bar{\mathbf{L}} = 1$, поэтому псевдонорма $\mathbf{Z}$сохраняется.

Взаимные комплексные градиенты при преобразованиях Лоренца L преобразуются в соответствии со следующей леммой.

Л е м м а 4. *Если* $\mathbf{Z}' = \mathbf{L} \circ \mathbf{Z} \circ \mathbf{L}^*$, *то* $\mathbf{D}' = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{D} \circ \mathbf{L}, \quad \mathbf{D} = \mathbf{L} \circ \mathbf{D}' \circ \bar{\mathbf{L}}^*$, *где* $\mathbf{D} = \mathbf{D}^+$ *или* $\mathbf{D} = \mathbf{D}^-$.

На основе этой леммы рассмотрим, как меняется уравнение типа (11) при преобразовании Лоренца. Используя ассоциативность произведения и свойства $\mathbf{L}$, получим

$$\mathbf{D}'\mathbf{K}' = \left(\bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{D} \circ \mathbf{L}\right)\left(\bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{K} \circ \mathbf{L}\right) = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{D} \circ \mathbf{K} \circ \mathbf{L} = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{G} \circ \mathbf{L} = \mathbf{G}'.$$

Следовательно, при действии преобразования Лоренца сохраняется вид уравнения

$$\left(\frac{\partial}{\partial \tau'} \pm i\nabla'\right)\mathbf{K}' = \mathbf{G}',$$

где $\mathbf{K}' = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{K} \circ \mathbf{L}$, $\mathbf{G}' = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{G} \circ \mathbf{L}$. Отсюда следует теорема.

Т е о р е м а 2. *Преобразования Лоренца для уравнения Максвелла имеют вид:*

$$\mathbf{D}^+\mathbf{A}' = \boldsymbol{\Theta}', \quad \textit{где} \quad \mathbf{A}' = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \mathbf{A} \circ \mathbf{L}, \quad \boldsymbol{\Theta}' = \bar{\mathbf{L}}^* \circ \boldsymbol{\Theta} \circ \mathbf{L}.$$

Релятивистские формулы для напряженности, зарядов и токов (при $\varphi = 0$):

$$A' = (A - e(e, A)) + e\frac{(e, A)}{\sqrt{1 - v^2}} \tag{20}$$

$$\rho' = \frac{\rho - v(e, J)}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad J' = (J - e(e, J)) + e\frac{(e, J) - v\rho}{\sqrt{1 - v^2}} \tag{21}$$

Как видим, напряженность A-поля здесь всегда увеличивается в направлении вектора e. В отсутствие токов, происходит увеличение заряда-массы. При наличии токов, в зависимости от направления их движения, заряд-масса может как увеличиваться, так и уменьшаться.

5. Третий закон Ньютона. Мощность и плотность объемных сил

Рассмотрим два ЭГМ-поля $\mathbf{A}$ и $\mathbf{A}'$, $\boldsymbol{\Theta}$ и $\boldsymbol{\Theta}'$ – соответствующие им (или порождающие их) заряды-токи. Назовем бикватернион

$$\mathbf{F} = M - iF = \boldsymbol{\Theta} \circ \mathbf{A}' = -(i\rho + J) \circ A' = (A', J) - i\rho A' + [A', J] \tag{22}$$

плотностью мощности-силы, действующей со стороны поля A' на заряды и токи поля A. Действительно, с учетом (3),(4), скалярная часть имеет вид плотности мощности действующих сил:

$$M = (A', J) = c^{-1}((E', j^E) + (H', j^H)) + i((B', j^E) - (D', j^H)) \tag{23}$$

Выделяя действительную и мнимую части векторной составляющей бикватерниона, получим выражения для плотности объемных сил $\left(F = F^H + i\,F^E\right)$:

$$F^H = \rho^E E' + \rho^H H' + j^E \times B' - j^H \times D' \tag{24}$$

$$F^E = c\left(\rho^E B' - \rho^H D'\right) + c^{-1}\left(E' \times j^E + H' \times j^H\right) \tag{25}$$

Здесь $B = \mu H$ – аналог вектора магнитной индукции (в вихревой части совпадает с ним), $D = \varepsilon E$ – вектор электрического смещения.

Напряженность гравитационного поля описывается потенциальной частью вектора H, а роторная часть этого вектора описывает магнитное поле. Тогда скалярная часть $\mathbf{\Theta}$, $\mathbf{\Theta}'$ содержит плотности электрического заряда и массы, а векторная – плотности электрического тока и тока массы (количество движения массы).

Исходя из этих предположений, в формуле (24) стоят известные массовые силы, последовательно: кулоновская сила $\rho^E E'$, гравитационная сила $\rho^H H'$ (точнее совпадает с ней в потенциальной части H'), сила Лоренца $j^E \times B'$ (точнее совпадает с ней в вихревой части B')) и новая сила $-D' \times j^H$, которую назовем *электромассовой.* В действительной части мощности (23) стоит мощность кулоновских, гравитационных и магнитных сил. Мощность электромассовой силы в действительную часть (23) не входит, так как она не работает на перемещениях массы, поскольку перпендикулярна ее скорости. Интересно, что мощность силы Лоренца в действительную часть (23) также не входит, что свидетельствует в пользу того, что эта сила перпендикулярна скорости массы, хотя непосредственно из уравнений Максвелла это не следует.

Естественно, по аналогии, предположить, что уравнения (25) описывают силы, вызывающие изменение электрических токов (электрические силы), а в мнимой части M стоят соответствующие им мощности.

В силу третьего закона Ньютона о действующих и противодействующих силах, предположим, что должно выполняться: $\mathbf{F}' = -\mathbf{F}$. Отсюда получим

Закон о действии и противодействии полей

$$\mathbf{\Theta} \circ \mathbf{A}' = -\mathbf{\Theta}' \circ \mathbf{A}. \tag{26}$$

Интересно, что в скалярной части он требует равенства плотностей мощностей соответствующих сил, действующих на заряды и токи другого поля, т. е. подобен известному в механике сплошных средств тождеству взаимности Бетти, которое обычно записывается для работы сил.

6. Второй закон Ньютона. Уравнение трансформации

Поле зарядов и токов меняется под воздействием поля других зарядов и токов. Как известно, направление наиболее интенсивного изменения скалярного поля описывает его градиент. По аналогии предположим, что изменение поля зарядов-токов происходит наиболее интенсивно, условно говоря, в направлении его комплексного градиента. Естественно предположить, что это изменение должно происходить в направлении мощности-силы, действующей со стороны второго поля на первое. Поэтому закон изменения заряда-тока поля под действием другого, подобный второму закону Ньютона, предлагается в в виде следующих уравнений.

Уравнения взаимодействия зарядов-токов (полей):

$$\kappa \mathbf{D}^- \mathbf{\Theta} = \mathbf{F} \equiv \mathbf{\Theta} \circ \mathbf{A}', \qquad \kappa \mathbf{D}^- \mathbf{\Theta}' = \mathbf{\Theta}' \circ \mathbf{A}, \tag{27}$$

$$\mathbf{\Theta} \circ \mathbf{A}' = -\mathbf{\Theta}' \circ \mathbf{A}, \tag{28}$$

$$\mathbf{D}^{+}\mathbf{A} = \mathbf{\Theta}, \qquad \mathbf{D}^{+}\mathbf{A}' = \mathbf{\Theta}'. \tag{29}$$

Здесь уравнения (27) соответствуют второму закону Ньютона, записанному для зарядов-токов каждого из взаимодействующих полей, а уравнение (28) – третьему. Вместе с уравнениями Максвелла для этих полей (29) они дают замкнутую систему нелинейных дифференциальных уравнений для определения $\mathbf{A}, \mathbf{A}', \mathbf{\Theta}, \mathbf{\Theta}'$. Введение константы взаимодействия κ связано с размерностью.

Раскрывая скалярную и векторную часть (27), запишем

уравнения трансформации зарядов-токов А-поля :

$$i\,\kappa\,(\partial_\tau \rho + div\, J) = M, \tag{30}$$

$$i\,\kappa\,(\partial_\tau J - i\,rot\, J + \nabla\rho) = F. \tag{31}$$

Рассмотрим вначале второе уравнение. С учетом (2), (3), (4), получим

Аналог второго закона Ньютона для зарядов-токов:

$$\kappa\left(\sqrt{\varepsilon}\,\partial_\tau j^H + \sqrt{\mu}\,rot\, j^E + \mu^{-0,5} grad\,\rho^H\right) = \rho^E E' + \rho^H H' + j^E \times B' - j^H \times D', \tag{32}$$

$$\kappa\left(\sqrt{\mu}\,\partial_\tau j^E - \sqrt{\varepsilon}\,rot\, j^H + \varepsilon^{-0,5} grad\,\rho^E\right) = c\left(\rho^E B' - \rho^H D'\right) + c^{-1}\left(E' \times j^E + H' \times j^H\right). \tag{33}$$

Аналогом количества движения массы здесь в (32) является $\kappa\sqrt{\varepsilon} j^H$. Уравнение (33) описывает воздействие внешнего поля на электрические токи, его аналог автору неизвестен.

Если одно поле намного сильнее второго, например, если $W' \gg W$, то можно изменением второго поля под воздействием зарядов и токов первого пренебречь. В этом случае получаем замкнутую систему уравнений для определения движения зарядов и токов первого поля под воздействием зарядов и токов второго: $\kappa\mathbf{D}^{-}\mathbf{\Theta} - \mathbf{\Theta} \circ \mathbf{A}' = 0$, где $\mathbf{A}'$ известно. Соответствующее им А-поле определяется уравнениями Максвелла.

Рассмотрим первое уравнение (30). Очевидно, это закон сохранения для зарядов-токов, который в правой части содержит мощность внешних действующих сил M. Только при $M = 0$, например, в отсутствии внешних полей и соответствующих им зарядов и токов, справа будет стоять 0. Тогда этот закон принимает хорошо известный вид: $\partial_\tau \rho + div\, J = 0$, который следовал из уравнений Максвелла (см. теорема 1).

Значит, при взаимодействии ЭГМ-полей уравнения Максвелла меняют вид, а именно, появляется скалярная часть у бикватерниона напряженности:$\mathbf{A} = ia(\tau, x) + A(\tau, x)$. Назовем $a(\tau, x)$ – *сопротивлением* А-поля.

Из системы уравнений (27) -(29) следует, что $\Box\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-}\mathbf{\Theta} = \kappa^{-1}\mathbf{F}$. Откуда имеем:

$$\kappa\Box\, a = iM.$$

Заметим, что в системе уравнений Максвелла (1)–(2), первое уравнение определяет токи, второе уравнение является определением заряда, а закон сохранения заряда является следствием этих двух уравнений. Его получаем, взяв дивергенцию в (1) с учетом (2). Однако последовательный бикватернионный подход, как здесь показано, приводит к модификации системы уравнений Максвелла, которая, как следует из (29), имеет следующий вид:

(*модифицированные уравнения Максвелла*)

$$\partial_\tau A + i\,rot A + J = grad\, a, \quad \rho = div\, A - \partial_\tau a. \tag{34}$$

Если заряды ρ и токи J известны, эта система уравнений для определения a и A замкнута. Только в замкнутых системах (при отсутствии внешних полей) $a = 0$ и она приобретает вид уравнений Максвелла (1)–(2).

Очевидно, что с введением сопротивления a, вид скалярной и векторной части бикватерниона мощности-силы (22) меняется, а именно

$$\mathbf{F} = \mathbf{\Theta} \circ \mathbf{A}' = ((A', J) + a'\rho) - i(a'J + \rho A') + [A', J], \tag{35}$$

т. е. в результате появляются дополнительные слагаемые в представлении мощности $(a'\rho)$ и силы $(-ia'J)$.

Силу $ia'J$ назовем *силой сопротивления* A'-поля. Выделяя действительную и мнимую части векторной составляющей этой силы, получим дополнительные слагаемые в выражениях для плотности электрической F^E и гравимагнитной F^H составляющих F в уравнении (31) с учетом силы сопротивления полей, которые следует добавить в правые части уравнений (32), (33).

Задача Коши для уравнения трансформации. Используя формулу (12), получим

$$\kappa\mathbf{\Theta}(\tau, x) = \mathbf{D}^{+}\{H(\tau)\mathbf{F}(\tau, x) * \psi\} + \mathbf{F}(0, x) \underset{x}{*} \psi + \kappa\mathbf{D}^{+}\{\mathbf{\Theta}(0, x) \underset{x}{*} \psi\} \tag{36}$$

Это уравнение дает систему интегральных уравнений для определения $\mathbf{\Theta}$, поскольку правая часть содержит $\mathbf{\Theta}$ в выражении $\mathbf{F}$. Эту систему можно использовать для решения задачи, если изменением второго поля пренебречь. В общем случае аналогичное уравнение выписываем для второго поля $\mathbf{\Theta'}$. Дополняя их интегральным представлением решения задачи Коши для модифицированных уравнений Максвелла для каждого поля, получим полную систему нелинейных интегральных уравнений для определения зарядов-токов при их взаимодействии, если начальные поля известны.

Преобразования Лоренца уравнения трансформации.

(Здесь штрих означает координаты в подвижной системе координат.) Согласно теореме 2, преобразования Лоренца для $\mathbf{A}$, $\mathbf{\Theta}$, $\mathbf{F}$ имеют следующий вид:

$$\mathbf{A}^{'} = \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathbf{A} \circ \mathbf{L}, \quad \mathbf{\Theta}^{'} = \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathbf{\Theta} \circ \mathbf{L}, \quad \mathbf{F}^{'} = \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathrm{F} \circ \mathbf{L}, \tag{37}$$

Заметим, что преобразование Лоренца для для мощности-силы взаимодействия двух полей вида (22) имеет тот же вид:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{\Theta}_{\mathbf{1}}' \circ \mathbf{A}_{\mathbf{2}}' = \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathbf{\Theta}_{\mathbf{1}} \circ \mathbf{L} \circ \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathbf{A}_{\mathbf{2}} \circ \mathbf{L} = \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathbf{\Theta}_{\mathbf{1}} \circ \mathbf{A}_{\mathbf{2}} \circ \mathbf{L} = \bar{\mathbf{L}}^{*} \circ \mathbf{F} \circ \mathbf{L}.$$

Для $\varphi = 0$ соотношения (27) эквивалентны равенствам (20)-(21) и

$$\mathbf{F}' = (Mch2\theta - (e, F)sh2\theta) + i\{F + 2e(e, F)sh^2\theta - Mesh2\theta\} \Rightarrow$$

релятивистские формулы для мощности и силы:

$$M' = \frac{M + v(e, F)}{\sqrt{1 - v^2}}, \quad F' = (F - e(e, F)) + e\frac{(e, F) - vM}{\sqrt{1 - v^2}}. \tag{38}$$

Итак мощность также зависит от скорости системы координат. И если в исходной системе она равна нулю, то в другой будет равна нулю только в отсутствии внешних сил $F = 0$. Поэтому постулировать закон сохранения заряда в традиционном виде (9) для открытых систем (систем, подверженных внешним воздействиям), нельзя[1]

[1] В [8,9] для сохранения этого закона было введено предположение: $M = 0$. Как здесь показано, это было неверное предположение.

8. Первый закон Ньютона. Свободное поле

Рассмотрим A-поле, порождаемое $\mathbf{\Theta}$, в отсутствии других зарядов-токов. Назовем такое поле *свободным.*

В этом случае $\mathbf{F} = 0$, поэтому аналогом первого закона Ньютона об инерции массы в отсутствии действующих на нее сил здесь, как следует из (27), естественно принять *закон инерции для зарядов-токов A-поля:*

$$\mathbf{D}^{-}\mathbf{\Theta} = \mathbf{0}, \tag{39}$$

что эквивалентно уравнениям:

$$\partial_\tau \rho + div\, J = 0, \quad \partial_\tau J - i\ rot\, J + \nabla\rho = 0,$$

или для исходных величин:

$$\partial_t \rho^E + div\, j^E = 0, \quad \partial_\tau j^E = \sqrt{\varepsilon/\mu}\, rot\, j^H - c\, grad\, \rho^E, \tag{40}$$

$$\partial_t \rho^H + div\, j^H = 0, \quad \partial_\tau j^H = -\sqrt{\mu/\varepsilon}\, rot\, j^E - c\, grad\, \rho^H. \tag{41}$$

Следовательно, в отсутствии внешних полей закон сохранения заряда в виде (9) выполняется.

Задача Коши. В этом случае ее решение имеет вид:

$$\kappa\mathbf{\Theta}(\tau, x) = \kappa\mathbf{D}^{-}\{\mathbf{\Theta}_0(x) \underset{x}{*} \psi\} = -\frac{\kappa H(\tau)}{4\pi}\mathbf{D}^{-}\left\{\tau^{-1}\int\limits_{r=\tau}\mathbf{\Theta}_0(y)dS(y)\right\}, \tag{42}$$

а напряженность A-поля определяется соотношениями (18).

10. Первое начало термодинамики

Аналогично плотности энергии-импульса A-поля введем плотность энергии-импульса поля зарядов-токов:

$$0,5\mathbf{\Theta} \circ \mathbf{\Theta}^* = \left(\frac{\|\rho_E\|^2}{\varepsilon} + \frac{\|\rho_H\|^2}{\mu} + Q\right) + i\left(P_J - \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\rho^E j^E - \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\rho^H j^H\right), \tag{43}$$

которая содержит плотность энергии токов:

$$Q = 0,5\,\|J\|^2 = 0,5\left(\mu\left\|j^E\right\|^2 + \varepsilon\left\|j^H\right\|^2\right),$$

где первое слагаемое включает джоулево тепло $\left\|j^E\right\|^2$, а второе – плотность кинетической энергии массовых токов $\left\|j^H\right\|^2$, но не только, т. к. в них входит и энергия вихревой части токов (магнитных токов). Здесь также введен вектор P_J, подобный вектору Пойнтинга, но для токов:

$$P_J = 0,5i\, J \times \bar{J} = c^{-2}\left[j^H, j^E\right]$$

Если гравимагнитный и электрический токи параллельны, либо один из них отсутствует (нулевой), то $P_J = 0$. В общем случае $P_J \neq 0$.

Умножим скалярно уравнение (31) на $-i\bar{J}$, сложим с соответствующим комплексно-сопряженным и поделим на 2. В результате получим *закон сохранения энергии зарядов-токов* $\mathbf{\Theta}$*-поля:*

$$\kappa\left(\partial_\tau Q - div\, P_J + \mathrm{Re}\left(\nabla\rho, \bar{J}\right)\right) = \mathrm{Im}\left(F, \bar{J}\right) = c^{-1}\left(\left(F^H, j^H\right) + \left(F^E, j^E\right)\right), \tag{44}$$

аналогичный закону сохранения энергии для А-поля (теорема 1). Однако в левой части появилось третье слагаемое. Нетрудно видеть, что этот закон подобен первому началу термодинамики. Здесь второй и третий член в левой части обозначим $-U$. Функция

$$U = div\, P_J - \sqrt{\mu/\varepsilon}\left(\nabla\rho^E, j^E\right) - \sqrt{\varepsilon/\mu}\left(\nabla\rho^H, j^H\right)$$

характеризует собственную скорость изменения плотности энергии токов $\mathbf{\Theta}$-поля. Правая часть (44), зависящая от мощности действующих внешних сил, может увеличивать или уменьшать эту скорость.

Для свободного поля первое начало термодинамики имеет вид: $\partial_\tau Q = U$.

Интегрируя (44) по пространственно-временному цилиндру $\{(D^- + D) \times (0,t)\}$ и используя формулу Остроградского-Гаусса, получим
интегральное представление первого начала термодинамики:

$$\int\limits_{D^-}(Q(x,t) - Q(x,0))dV(x) = \int\limits_0^t dt \int\limits_D (P_J, n)\, dD(x) -$$

$$-\int\limits_0^t dt \int\limits_{D^-}\{\varepsilon^{-1}\left(\nabla\rho^E, j^E\right) + \mu^{-1}(\nabla\rho^H, j^H)\}dV(x) + c^{-1}\int\limits_0^t dt \int\limits_{D^-}\left\{(F^H, j^H) + (F^E, j^E)\right\} dV(x).$$

Здесь $n(x)$ – вектор единичной нормали к границе D открытой области D^- в R^3.

11. Уравнения суммарного поля и энергия взаимодействий

Если есть несколько (N) взаимодействующих полей, порождаемых различными зарядами и токами, то уравнения (27) примут вид:

$$\kappa\mathbf{D}^+\mathbf{\Theta}^k + \mathbf{\Theta}^k \circ \sum_{m\neq k}\mathbf{A}^m = \mathbf{0}, \quad \mathbf{D}^+\mathbf{A}^k + \mathbf{\Theta}^k = \mathbf{0}, \quad k = 1, ..., \mathrm{N} \tag{45}$$

$$\mathbf{D}^+\mathbf{A}^m \circ \mathbf{A}^k + \mathbf{D}^+\mathbf{A}^k \circ \mathbf{A}^m = 0, \quad k \neq m. \tag{46}$$

Суммарное поле, как легко видеть (суммируя (45) по k), в силу (45), является свободным, поскольку, аналогично механике взаимодействующих тел, все действующие силы внутренние:

$$\mathbf{D}^+\mathbf{\Theta} = \mathbf{D}^+\sum_{m=1}^{M}\mathbf{\Theta}^m = \mathbf{0}.$$

Уравнения суммарного поля являются следствием и дают первые интегралы взаимодействующих полей зарядов-токов. Если в начальный момент времени заряды-токи известны, система (43) –(44) позволяет определять создаваемые ими поля и их совместное изменение во времени и пространстве.

В [7,8] рассмотрены законы преобразования энергии А-полей при взаимодействии различных зарядов-токов. Аналогично рассмотрим, как меняется энергия и импульс Θ-полей при взаимодействии. Энергия-импульс для суммарного поля зарядов-токов имеет вид:

$$\mathbf{\Xi}_\Theta = 0,5\mathbf{\Theta} \circ \mathbf{\Theta}^* = 0,5\sum_{k=1}^{N}\mathbf{\Theta}^k \circ \sum_{l=1}^{N}\mathbf{\Theta}^{*l} = 0,5\left(\sum_{k=1}^{N}\mathbf{\Theta}^k \circ \mathbf{\Theta}^{*k} + \sum_{k\neq l}\mathbf{\Theta}^k \circ \mathbf{\Theta}^{*l}\right) =$$

$$= \sum_{k=1}^{N} W_\Theta^{(k)} + i\sum_{k=1}^{N} P_\Theta^{(k)} + \delta\mathbf{\Xi}_\Theta$$

Здесь первое слагаемое – это сумма энергий-импульсов взаимодействующих зарядов-токов

Введем бикватернион *энергии-импульса взаимодействия*. Его действительная часть описывает энергию-импульс взаимодействия одноименных зарядов и токов, а мнимая часть – разноименных:

$$\delta\boldsymbol{\Xi}_\Theta = \delta W_\Theta + i\delta P_\Theta = \sum_{k\neq l} \boldsymbol{\Xi}_\Theta^{kl}, \quad \boldsymbol{\Xi}_\Theta^{kl} = 0,5\left(\boldsymbol{\Theta}^k \circ \boldsymbol{\Theta}^{*l} + \boldsymbol{\Theta}^l \circ \boldsymbol{\Theta}^{*k}\right)$$

$$\boldsymbol{\Xi}_\Theta^{kl} = \operatorname{Re}\left(\rho^k \rho^{*l} + \left(J^k, J^{*l}\right)\right) - i\left\{\operatorname{Re}\left(\rho^k J^{*l} + \rho^{*l} J^k\right) + \operatorname{Im}\left[J^k, J^{*l}\right]\right\},$$

или в исходных обозначениях:

$$\boldsymbol{\Xi}_\Theta^{kl} = \frac{\rho^{E(k)}\rho^{E(l)}}{\sqrt{\varepsilon_k\varepsilon_l}} + \frac{\rho^{(k)H}\rho^{H(l)}}{\sqrt{\mu_k\mu_l}} + \sqrt{\mu_k\mu_l}\left(j^{(k)E}, j^{(l)E}\right) + \sqrt{\varepsilon_k\varepsilon_l}\left(j^{(k)H}, j^{(l)H}\right) -$$

$$-i\left\{\sqrt{\frac{\mu_l}{\varepsilon_k}}\rho^{(k)E} j^{(l)E} + \sqrt{\frac{\varepsilon_l}{\mu_k}}\rho^{(k)H} j^{(l)H} + \sqrt{\frac{\mu_k}{\varepsilon_l}}\rho^{(l)E} j^{(k)E} + \sqrt{\frac{\varepsilon_k}{\mu_l}}\rho^{(l)H} j^{(k)H} - \right.$$
$$\left. -\sqrt{\varepsilon_k\mu_l}\left[j^{(l)E}, j^{(k)H}\right] + \sqrt{\varepsilon_l\mu_k}\left[j^{(k)E}, j^{(l)H}\right]\right\}$$

В результате получаем условия преобразования энергии при взаимодействии зарядов-токов: *выделение* энергии, если $\delta W_\Theta > 0$; *поглощение* энергии, если $\delta W_\Theta < 0$; *сохранение* энергии, если $\delta\boldsymbol{\Xi}_\Theta = 0$.

Заключение

Рассмотренная здесь модель ЭГМ-поля (*A-поле*) основана на гипотезе о магнитном заряде-массе что позволило назвать такие поля *электро-гравимагнитными*. Для этого использовались уравнения Максвелла, которые очень просто записываются в бикватернионной форме. С введением бикватерниона мощности-силы взаимодействия полей зарядов-токов предложены уравнения для описания их преобразования при взаимодействии, во многом аналогичные законам Ньютона для материальных тел. Исследование этих уравнений на инвариантность при преобразованиях Лоренца показало, что необходимо введение скалярного поля сопротивления $a(\tau, x)$ в бикватернион напряженности ЭГМ-поля. Это приводит к модификации уравнений Максвелла для зарядов-токов, подверженных воздействию внешних полей.

При построении уравнения трансформации зарядов-токов помимо известных гравитационных и электромагнитных сил выявлено наличие новых сил (см. п. 5), обусловленных алгеброй бикватернионов, которая здесь используется, и для которых, безусловно, необходимо экспериментальное подтверждение. Некоторые соображения по этому поводу автором были высказаны в [8, 9], где первоначально эта модель была предложена. В этих работах постулировался закон сохранения заряда-тока в традиционном виде, что, как здесь показано на основе преобразований Лоренца, делать нельзя.

Отметим также, что существенным при построении и исследовании этой модели ЭГМ-поля является использование алгебры бикватернионов, без которой построение дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие зарядов и токов в такой форме практически невозможно.

Список использованных источников

1. Алексеева Л. А. Гамильтонова форма уравнений Максвелла и ее обобщенные решения// Дифференциальные уравнения. Т. 39 (2003). №6. С. 769–776

2. Алексеева Л. А. Кватернионы гамильтоновой формы уравнений Максвелла// Математический журнал. Т. 3. (2003). №4. С. 20–24

3. Rastall R. Quaternions in relativity. Review of modern physics. 1964. 820–832.

4.Ефремов А. П. Кватернионы: алгебра, геометрия и физические теории// Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. Т. 1 (2004). №1. С. 111–127.

5. Казанова Г. Векторная алгебра. М. 1979. 120 с.

6. Kassandrov V. V. Buquaternion electroynamics and Weyl-Cartan geometry of space-time// Gravitation and cosmology. V. 1 (1995). №3. P. 216–222.

7. Владимиров В. С. Обобщенные функции в математической физике. М. 1979.

8. Алексеева Л. А. Об одной модели электро-гравимагнитного поля. Уравнения взаимодействия и законы сохранения// Математический журнал. Т. 4. (2004). №2. С. 23–34.

9. Алексеева Л. А. Уравнения взаимодействия А-полей и законы Ньютона // Известия НАН РК. Серия физико-математическая. 2004. №3. С. 45–53.

Статья поступила 30 декабря 2008 г.

Fields analogues of Newton's laws for one model of electro-gravymagnetic field

L. A. Alexeyeva

Institute of mathematics, Alma-Ata, Kazakhstan

With use the Hamilton's form of the Maxwell's equations one biquaternion model for electro-gravymagnetic (EGM) field is offered. The equations of the interaction of EGM-fields, generated different charge and current, are built. The field analogues of three Newton's laws are offered for free and interacting charge-currents, as well as total field of interaction. An invariance of the equations at Lorentz transformation is investigated, and, in particular, law of the conservation of the charge-current. It is shown that at fields interaction, this law differs from the well-known one. The new modification of the Maxwell's equations is offered with entering the scalar resistance field in biquaternion of EGM-field tension. Relative formulas of the transformation of density of the masses and charge, current, forces and their powers are built. The solution of the Caushy problem is given for equation of charge-current transformations.

Keywords: electro-gravymagnetic field, biquaternion, Maxwell's equations, conservation laws, Lorentz transformation, relative formulas of the transformation.