

ПАРАМЕТРЫ АНИЗОТРОПИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ, ВЫВЕДЕННЫЕ ИЗ НАБЛЮДАТЕЛЬНОЙ КОСМОЛОГИИ

М. Л. Фильченков¹, Ю. П. Лаптев²

Космологические модели описываются с помощью уравнения Райчаудури, зависящего от расширения θ , сдвига σ , вращения ω и ускорения A^i идеальной жидкости. Параметр замедления q наблюдательной космологии оказывается зависящим не только от средней плотности вещества Ω , параметра w уравнения состояния, но и от параметра Хаббла H и параметров анизотропии, а именно отклонения $1 - g^{00}$ от фридмановской модели, сдвига и вращения. Поэтому, измеряя параметры наблюдательной космологии H , q и Ω , мы можем получить информацию о параметрах анизотропии Вселенной. Измерения параметра замедления с целью определения параметра уравнения состояния могут быть реинтерпретированы в терминах сдвига, вращения, параметра Хаббла в нефридмановской геометрии. Результаты сравниваются с полученными недавно верхними пределами на вращение Вселенной и анизотропию параметра Хаббла.

Ключевые слова: уравнение Райчаудури, фридмановская модель, параметр Хаббла.

Введение

Последние наблюдательные данные позволяют рассматривать не только однородные изотропные космологические модели, удовлетворяющие принципу Коперника (фридмановская и деСиттеровская модели), но и модели, учитывающие пространственную неоднородность и анизотропию. Ограничимся однородными анизотропными космологическими моделями. Существует два подхода к проблеме анизотропии. Один использует чисто геометрическую классификацию по типам Бьянки, учитывающую различные пространственные симметрии, а другой является гидродинамическим подходом, который мы рассмотрим в следующем разделе.

Крупномасштабная анизотропия, выведенная из реликтового излучения, связана с мультиполями низших порядков автокорреляционной температурной функции. Имеются данные о т. н. “оси зла”, возможно обусловленной глобальным вращением Вселенной. Эти данные получены исходя из преимущественной ориентации квазаров и спиральных галактик. Кроме того, измерения постоянной Хаббла указывают на значительную анизотропию.

1 Космологическая жидкость

Мы будем следовать гидродинамическому подходу, в котором вещество во Вселенной считается идеальной жидкостью.

Движение космологической жидкости описывается в общей теории относительности с помощью уравнения Райчаудури [1]

$$\dot{\theta} + \frac{1}{3}\theta^2 - A^i_{;i} + 2(\sigma^2 - \omega^2) = -\frac{4\pi G}{c^2}(\varepsilon + 3p), \quad (1)$$

¹ Институт гравитации и космологии, Российский университет дружбы народов, Москва; fmichael@mail.ru

² Кафедра физики, Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана; ylaptev@rambler.ru

где θ – скаляр расширения, A^i – 4-ускорение, σ – скаляр сдвига, ω – скаляр вращения, ε – плотность энергии, p – давление.

Метрика пространства-времени имеет вид

$$ds^2 = c^2 dt^2 - 2g_{0\alpha} dx^\alpha c dt - dl^2, \quad (2)$$

где элемент длины

$$dl^2 = \gamma_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (\alpha, \beta = 1, 2, 3), \quad (3)$$

и перекрёстный член метрики $g_{0\alpha}$ удовлетворяет соотношению

$$g^{00} = 1 - g_{0\alpha} g^{0\alpha}. \quad (4)$$

4-скорость

$$u^i = \frac{dx^i}{ds}, \quad u^i u_i = 1 \quad (i = 0, 1, 2, 3). \quad (5)$$

Величины θ , A^i , σ , ω запишутся как

$$\theta = u_{;i}^i, \quad (6)$$

$$A^i = u_{;k}^i u^k, \quad (7)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \sigma_{ik} \sigma^{ik}, \quad (8)$$

$$\omega^2 = \frac{1}{2} \omega_{ik} \omega^{ik}, \quad (9)$$

где ковариантные и контравариантные тензоры сдвига и вращения равны

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{2} (u_{i;n} P_k^n + u_{k;n} P_i^n) - \frac{1}{3} \theta P_{ik}, \quad (10)$$

$$\sigma^{ik} = \frac{1}{2} (u_{;n}^i P^{nk} + u_{;n}^k P^{ni}) - \frac{1}{3} \theta P^{ik}, \quad (11)$$

$$\omega_{ik} = \frac{1}{2} (u_{i;n} P_k^n - u_{k;n} P_i^n), \quad (12)$$

$$\omega^{ik} = \frac{1}{2} (u_{;n}^i P^{nk} - u_{;n}^k P^{ni}). \quad (13)$$

Проекционные тензоры даются формулами

$$P_k^i = -\delta_k^i + u^i u_k, \quad (14)$$

$$P^{ik} = -g^{ik} + u^i u^k. \quad (15)$$

Условия ортогональности имеют вид

$$u_i \omega_{ik} = 0, \quad (16)$$

$$u^i \sigma_{ik} = 0, \quad (17)$$

$$u^i A_i = 0. \quad (18)$$

Из закона сохранения

$$T_{;k}^{ik} = 0 \quad (19)$$

тензора энергии-импульса

$$T^{ik} = (p + \varepsilon) u^i u^k - p g^{ik} \quad (20)$$

получаем следующее выражение для скаляра дивергенции 4-ускорения

$$A^i_{;i} = w(1 - g^{00})(\dot{\theta} + \theta^2), \quad g^{00} = \text{const}, \quad (21)$$

где $1 - g^{00}$ характеризует отклонение от фридмановской геометрии.

Уравнение состояния идеальной жидкости имеет вид

$$p = w\varepsilon, \quad w = \text{const}. \quad (22)$$

Поведение космологической идеальной жидкости может быть описано в терминах космологических параметров.

2 Космологические параметры

Существует три основных параметра [2] в наблюдательной космологии: параметр Хаббла, средняя плотность вещества и параметр замедления.

Параметр Хаббла

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (23)$$

определяется из зависимости $z(m)$, где z – красное смещение, m – звездная величина галактики.

Средняя плотность вещества в единицах критической плотности

$$\Omega = \frac{8\pi G\varepsilon}{3c^2 H^2} \quad (24)$$

определяется из автокорреляционной функции $l(l+1)C_l$ реликтового излучения, где l – номер мультиполя.

Параметр замедления

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \quad (25)$$

определяется из зависимости $z(m)$.

Здесь $a(t)$ является в первом приближении масштабным фактором модели близкой к фридмановской. Рассмотрим космологические параметры в рамках двухкомпонентной модели.

3 Двухкомпонентная модель

Считаем, что космологическое вещество является двухкомпонентной средой, состоящей из деситтеровского вакуума с уравнением состояния $p = -\varepsilon$, плотность энергии которого ε_Λ связана с космологической постоянной Λ формулой

$$\Lambda = \frac{8\pi G\varepsilon_\Lambda}{c^4}, \quad (26)$$

и компоненты с $p \neq \varepsilon$.

Для деситтеровского вакуума имеем $w = -1$, $\sigma = \omega = A^i = 0$, $g^{00} = 1$.

Тогда полная средняя плотность

$$\Omega = \Omega_\Lambda + \Omega_m, \quad (27)$$

где

$$\Omega_\Lambda = \frac{H_\Lambda^2}{H^2}, \quad \Omega_m = \frac{8\pi G\varepsilon_m}{3c^2 H^2}, \quad H_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3}.$$

Уравнение Райчаудури в терминах космологических параметров H, Ω, q , параметра w_m уравнения состояния $p_m = w_m \varepsilon_m$ и геометрического параметра g^{00} запишется как

$$q = \frac{-\frac{H_\Lambda^2}{H^2} + \frac{\Omega - \frac{H_\Lambda^2}{H^2}}{2}(1 + 3w_m) + \frac{2}{3} \frac{\sigma^2 - \omega^2}{H^2} - 2w_m(1 - g^{00})}{1 - w_m(1 - g^{00})}. \quad (28)$$

Мы видим, что анизотропия постоянной Хаббла влияет на погрешности измерения параметра замедления.

В случае, когда вещество является пылью, мы имеем $w_m = 0$.

Существует барионная и тёмная материя

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{dm}. \quad (29)$$

Из наблюдений реликтового излучения следует, что $\Omega_\Lambda = 0.7$, $\Omega_{dm} = 0.25$, $\Omega_b = 0.05$.

Барионная компонента светится и наблюдается в виде звёзд, межзвёздного газа в галактиках и межгалактического вещества в скоплениях галактик. Тёмная материя локализована в гравитационно-связанных системах. Она скручивается вокруг видимого вещества галактик, в их гало с размером порядка 200 кпк. Среди кандидатов на роль составляющих тёмную материю – элементарные частицы (аксионы, нейтрино, суперпартнеры, X-, Y-лептокварки), монополи, первичные чёрные дыры и т. д.

Параметр замедления в этом случае принимает вид

$$q = \frac{\Omega}{2} - \frac{3}{2} \frac{H_\Lambda^2}{H^2} + \frac{2}{3} \frac{\sigma^2 - \omega^2}{H^2}. \quad (30)$$

Так как $\frac{\sigma}{H} < \frac{\omega}{H} < \frac{\Delta T}{T} < 10^{-5}$, анизотропия, связанная со сдвигом и вращением, почти не влияет на параметр замедления

$$q = -\Omega + \frac{3\Omega_m}{2}. \quad (31)$$

Отсюда $q = -0.55$ при $\Omega = 1$, $\Omega_m = 0.3$, что хорошо согласуется с наблюдениями [3, 4].

Ошибка в определении параметра замедления может быть оценена исходя из анизотропии постоянной Хаббла следующим образом

$$\Delta q = 3(\Omega - \Omega_m) \frac{\Delta H}{H_0}. \quad (32)$$

Так как $\Omega = 1$ за счёт инфляции, то $\Delta \Omega_\Lambda = -\Delta \Omega_m$ и

$$\Delta \Omega_m = 2(\Omega - \Omega_m) \frac{\Delta H}{H_0}. \quad (33)$$

Отсюда

$$\frac{\Delta H}{H_0} = \frac{\Delta \Omega_m}{2(\Omega - \Omega_m)}. \quad (34)$$

Анизотропия постоянной Хаббла (см. рис. 1) обусловлена вариациями плотности вещества (войды и скопления галактик).

Таким образом,

$$\frac{\Delta H}{H_0} < \frac{\Omega_m}{2(\Omega - \Omega_m)} \quad \text{и} \quad \Delta q < \frac{3}{2} \Omega_m. \quad (35)$$

Тогда $\frac{\Delta H}{H_0} < 0.2$ [5] и $\Delta q < 0.45$, что согласуется с наблюдениями [3].

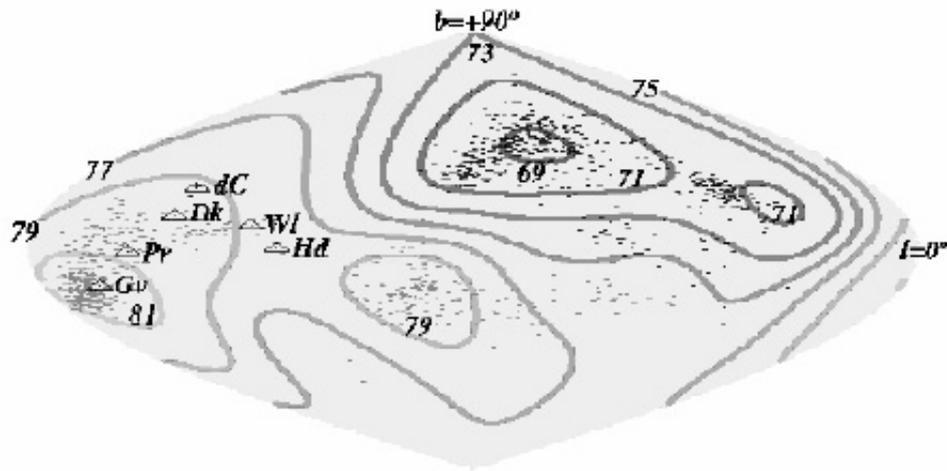


Рис. 1: Контурная карта постоянной Хаббла в единицах $\frac{\text{км}}{\text{с} \cdot \text{Мпк}}$ [5]

Следовательно, вариации параметра Хаббла согласуются с наблюдаемыми вариациями параметра замедления. Анизотропия пространства-времени скорее всего обусловлена зависимостью войдов и скоплений галактик от направления наблюдения, а не от глобального вращения Вселенной. Ниже приведена контурная карта постоянной Хаббла, взятая из работы [5].

Отметим, что существует альтернативная интерпретация анизотропии пространства-времени, основанная на финслеровой геометрии (включая работы Д. Г. Павлова и его группы), которая будет предметом нашей следующей работы.

Заключение

Последние наблюдательные данные, реинтерпретированные в рамках анизотропных космологических моделей, позволяют найти некоторые параметры пространственной анизотропии. В двухкомпонентной модели с деситтеровским вакуумом и пылью ошибки в определении параметра замедления могут быть обусловлены анизотропией постоянной Хаббла. В свою очередь, анизотропия постоянной Хаббла является следствием вариаций плотности вещества (войды и скопления галактик). Сдвиг и вращение почти не влияют на параметр замедления, хотя могут быть связаны с “осью зла”. Отклонение от фридмановской геометрии не вносит вклада в параметр замедления для пыли. Дальнейшие исследования будут посвящены интерпретации параметров анизотропии в рамках финслеровой геометрии.

Литература

- [1] S. W. Hawking, G. F. R. Ellis. “The Large Scale Structure of Space-Time”, Cambridge University Press, Cambridge (UK) 1973.
- [2] M. Rees, R. Ruffini, J. A. Wheeler. “Black Holes, Gravitational Waves and Cosmology: an Introduction to Current Research”, Gordon and Breach Science Publishers, N. Y. 1974.
- [3] G. Hütsi. “Power Spectrum of the SDSS Luminous Red Galaxies: Constrains on Cosmological Parameters”, astro-ph/0604129v2 (13 Dec 2006).
- [4] В. В. Лукаш. “Крупномасштабная структура Вселенной и тёмная материя”, Труды Российской школы-семинара GRACOS-2007 (Казань) с. 109–113.
- [5] M. L. McClure, C. C. Dyer. “Anisotropy in the Hubble Constant as Observed in the HST Extragalactic Distance Scale Key Project Results”, astro-ph/0703556v1 (21 Mar 2007).