О МИРОВОЙ ФУНКЦИИ И СВЯЗИ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЯМИ

Г. И. Гарасько

Всероссийский электротехнический институт, Москва
gri9z@mail.ru

В работе показано, что Мировая функция может рассматриваться как связующий элемент между качественно различными геометриями с одной и той же конгруенцией мировых линий (геодезических). Если пространство, где определена Мировая функция, является поличисловым, то гипотеза аналитичности векторного поля обобщенных скоростей мировых линей приводит к сильным ограничениям на вид Мировой функции. Основной результат: пространство Минковского и пространство поличисел H_4 соответствуют одному и тому же физическому Миру.

Введение

Идея о том, что всем происходящим в физическом Мире управляет всего одна скалярная функция возникла давно и вряд ли может быть приписана какому-то одному ученому или даже группе ученых. Именно такую функцию и предлагается называть Мировая функция. До сих пор нет единого определения, что же такое Мировая функция. Так, например, Герман Вейль [1] употребляет термин "Мировая функция" при изложении теории Ми (полевая теория), где предлагается в качестве Мировой функции выбирать лагранжиан поля, то есть плотность функции Лагранжа, однако в теории поля стал общепринятым термин "лагранжиан".

Применение аналитических функций комплексной переменной для решения различных задач гидродинамики, теории упругости и электростатики позволяет в качестве Мировой функции выбрать действительную часть комплексного потенциала. Именно желание обобщить такой подход на пространства большей размерности привело нас к написанию данной работы. Можно было бы вместо термина "Мировая функция" использовать термин "вещественная часть гиперкомплексного потенциала", но многие построения данной работы применимы к пространствам, которые не являются гиперкомплексными.

В данной работе не затрагиваются вопросы полевых уравнений и теории поля. Оставаясь в рамках классической механики и финслеровой геометрии, наблюдателю вполне достаточно знать, как движутся все материальные точки, то есть достаточно знать конгруенцию мировых линий пространства-времени, но, кроме этого, необходимы еще и некоторые энергетические (импульсные) характеристики в каждой точке пространства-времени. В финслеровой геометрии конгруенция является нормальной конгруенцией геодезических [2], если существует такая скалярная функция S, гиперповерхности уровня которой являются трансверсальными поверхностями к данной конгруенции геодезических. В классической механике такую функцию принято называть действием как функцией координат. В данной работе предлагается именно функцию S считать Мировой функцией, так как именно она является обобщением вещественной части комплексного потенциала в теории функций комплексной переменной, если финслерово пространство является к тому же и пространством ассоциативно-коммутативных гиперкомплексных чисел (поличисел).

Пусть в координатном пространстве[1] $x^1, x^2, ..., x^n$ в качестве Мировой функции выступает скалярная функция $S(x)$, которой в классической механике соответствует понятие *действие как функция координат* $x^1, x^2, ..., x^n$, именно это ниже и будет приниматься в качестве основной гипотезы. Сама по себе скалярная функция S может определять компоненты обобщенного импульса (обобщенные импульсы), но не может определить поле скоростей, а значит, не может определить конгруенцию геодезических, с каждой из которых можно связать наблюдателя или материальную частицу. Для этого дополнительно еще необходима некая процедура $\hat{\varphi}$ перехода от ковариантных "векторов" к контравариантным. В любой финслеровой геометрии Φ_n такая процедура имеется. Таким образом, пара $\{S; \tilde{\varphi}\}$, как и пара $\{S; \Phi_n\}$, определяет нам конгруенцию мировых линий, то есть эволюцию этого пространства, и некие энергетические характеристики

$$p_i = \frac{\partial S}{\partial x^i}$$

– обобщенные импульсы.

Пусть x^0, x^1, x^2, x^3 – пространство Минковского с элементом длины

$$ds = mc\sqrt{(x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2} \equiv mc\sqrt{\overset{o}{g}_{ij}\ x^i x^j}\,, \tag{1}$$

где необязательный с геометрической точки зрения множитель mc позволяет легче проводить физическую интерпретацию геометрических объектов; m – масса покоя частицы, c – скорость света в вакууме. Тангенциальное уравнение индикатрисы в таком пространстве запишем в виде

$$(p_0)^2 - (p_1)^2 - (p_2)^2 - (p_3)^2 = (mc)^2\,. \tag{2}$$

Тогда действие $S(x^0, x^1, x^2, x^3)$ как функция координат в пространстве Минковского должно удовлетворять уравнению Гамильтона-Якоби:

$$\left(\frac{dS}{dx^0}\right)^2 - \left(\frac{dS}{dx^1}\right)^2 - \left(\frac{dS}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{dS}{dx^3}\right)^2 = (mc)^2\,. \tag{3}$$

Подставим в уравнение (3) произвольную функцию $\tilde{S}$, которая подчиняется единственному требованию

$$\left(\frac{d\tilde{S}}{dx^0}\right)^2 - \left(\frac{d\tilde{S}}{dx^1}\right)^2 - \left(\frac{d\tilde{S}}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{d\tilde{S}}{dx^3}\right)^2 > 0\,. \tag{4}$$

В результате получим, что функция $\tilde{S}$ является решением уравнения Гамильтона-Якоби, которое соответствует финслеровой геометрии с элементом длины

$$d\tilde{s} = \kappa(x) \cdot mc\sqrt{(x^0)^2 - (x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2} \tag{5}$$

и тангенциальным уравнением индикатрисы

$$(p_0)^2 - (p_1)^2 - (p_2)^2 - (p_3)^2 = \kappa(x)^2 \cdot (mc)^2\,, \tag{6}$$

где

$$\kappa(x) \equiv \frac{1}{mc}\sqrt{\left(\frac{d\tilde{S}}{dx^0}\right)^2 - \left(\frac{d\tilde{S}}{dx^1}\right)^2 - \left(\frac{d\tilde{S}}{dx^2}\right)^2 - \left(\frac{d\tilde{S}}{dx^3}\right)^2}\,. \tag{7}$$

[1] Если одна из координат x^0 имеет характер времени, то будем использовать иную индексацию координат $x^0, x^1, x^2, ..., x^{n-1}$

Напомним, что если элементы длины ds, $d\tilde{s}$ двух геометрий в одном и том же координатном пространстве $x^1, x^2, ..., x^n$ связаны формулой

$$d\tilde{s} = \kappa(x)ds\,, \tag{8}$$

$k(x) > 0$ – произвольная функция точки, то такие две геометрии называются *конформно связанными* [2]. Геометрия $d\tilde{s}$ отличаются от геометрии ds тем, что в бесконечно малой окрестности каждой точки пространства $x^1, x^2, ..., x^n$ произведено общемасштабное преобразование, причем коэффициент растяжения-сжатия $\kappa(x)$ зависит от точки пространства.

Таким образом, задание произвольной скалярной функции $\tilde{S}$ с условием (4) в плоском пространстве Минковского (1) соответствует знанию Мировой функции в пространстве (5), конформно связанным с пространством Минковского.

Напомним, что канонические уравнения геодезических в финслеровом пространстве $x^1, x^2, ..., x^n$ с тангенциальным уравнением индикатрисы $\Phi(p_1, p_2, ..., p_n; x^1, x^2, ..., x^n) = 0$, или $\Phi(p; x) = 0$ имеют вид:

$$\dot{x}^i = \frac{\partial \Phi}{dp_i} \cdot \lambda(p, x)\,, \qquad \dot{p}_i = -\frac{\partial \Phi}{dx^i} \cdot \lambda(p, x)\,,$$

где $\dot{x}^i \equiv \dfrac{dx^i}{d\tau}$, $\dot{p}_i \equiv \dfrac{dp_i}{d\tau}$ – производные по некоторому параметру τ (параметру эволюции) вдоль мировой линии, а $\lambda(p; x) > 0$ – некоторая произвольная функция $2n$ переменных.

Знание Мировой функции позволяет записать уравнения для мировых линий из конгруенции, соответствующей данной Мировой функции, в пространстве (5) следующим образом:

$$\dot{x}^i = \overset{o}{g}{}^{ij} \frac{\partial \tilde{S}}{dx^j} \lambda(x)\,, \tag{9}$$

$\lambda(x) > 0$ – некоторая произвольная функция.

1 Случай n = 2

Все выше изложенное справедливо (при некоторых очевидных изменениях формул) для евклидовой или псевдоевклидовой геометрии произвольной размерности n, но только при $n = 2$ евклидовому и псевдоевклидовому пространству можно сопоставить систему ассоциативно-коммутативных невырожденных гиперкомплексных чисел (поличисел), соответственно комплексных C_2 и гиперболических H_2. Пространства поличисел размерности $n > 2$ являются метрическими финслеровыми пространствами с элементом длины вида

$$ds = \sqrt[n]{\overset{o}{g}_{i_1 i_2 \ldots i_n}\, dx^1 dx^2 \ldots dx^n},$$

где $\overset{o}{g}_{i_1 i_2 \ldots i_n}$ – метрический тензор, и, следовательно, не могут быть евклидовыми или псевдоевкливовыми.

В представленном подходе вид Мировой функции ничем не ограничен, кроме неравенства (4). Для конкретизации Мировой функции в поличисловых пространствах P_n может быть использовано условие аналитичности (условие, устанавливающее некую связь между Мировой функцией и аналитическими функциями поличисловой переменной P_n), которое в настоящей работе реализовано виде гипотез I, II. Конечно, возможны и другие реализации.

Комплексная плоскость

Гипотеза I_{C_2}: Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами аналитической функции комплексной переменной.

Тогда согласно данной гипотезе

$$\lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x}=u\,,\qquad \lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}=v\,,\tag{10}$$

где $F(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ – некоторая аналитическая функция комплексной переменной $z=x+iy$. Соотношения Коши-Римана дают следующие уравнения в частных производных для Мировой функции $\tilde{S}$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,,\qquad \frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,.\tag{11}$$

Если $\lambda(x,y)\equiv 1$, то уравнения (11) упрощаются:

$$\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial x^2}-\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial y^2}=0\,,\qquad \frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial x\partial y}=0\,.\tag{12}$$

Общее решение этой системы уравнений имеет вид

$$\tilde{S}=\frac{A}{2}(x^2+y^2)+a_1x+a_2y+b\,,\tag{13}$$

где A,a_1,a_2,b – действительные числа. Отметим, что функции $\tilde{S}$ не является компонентой аналитической функции комплексной переменной, если $A\neq 0$.

Гипотеза II_{C_2}: Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами функции комплексной переменной, сопряженной к аналитической функции комплексной переменной.

Тогда согласно данной гипотезе

$$\lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x}=u\,,\qquad \lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}=-v\,,\tag{14}$$

где $F(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ – некоторая аналитическая функция комплексной переменной $z=x+iy$. Соотношения Коши-Римана дают следующие уравнения в частных производных для Мировой функции $\tilde{S}$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x}=-\frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,,\qquad \frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,.\tag{15}$$

Если $\lambda(x,y)\equiv 1$, то уравнения (15) упрощаются и сводится к одному дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial y^2}=0\,.\tag{16}$$

Таким образом, при выполнении *гипотезы* II_{C_2} и при $\lambda(x,y)\equiv 1$ функция $\tilde{S}$ является компонентой аналитической функции комплексной переменной, а соответствующая геометрия, конформно связанная с евклидовой плоскостью, получается с помощью конформного преобразования евклидовой плоскости.

Гиперболическая плоскость

Метрический тензор для гиперболической плоскости имеет вид

$$\overset{o}{g}_{ij}= diag(1,-1)\,, \tag{17}$$

а соотношения Коши-Римана для аналитических функций $F(z) = u(x,y) + jv(x,y)$ переменной $H_2 \ni z = x + jy$, $j^2 = 1$ записываются следующим образом:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}\,, \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}\,. \tag{18}$$

Гипотеза I_{H_2}: *Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами аналитической функции переменной* H_2.

Согласно данной гипотезе и в соответствии с аналогом формулы (9) для $n = 2$, имеем

$$\lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x} = u\,, \qquad \lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y} = -v\,, \tag{19}$$

где $F(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ – некоторая аналитическая функция переменной $H_2 \ni z = x + jy$. Тогда соотношения Коши-Римана дают следующие уравнения в частных производных для Мировой функции $\tilde{S}$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,. \tag{20}$$

Если $\lambda(x,y) \equiv 1$, то уравнения (20) упрощаются:

$$\frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial y^2} = 0\,, \qquad \frac{\partial^2\tilde{S}}{\partial x\partial y} = 0\,. \tag{21}$$

Общее решение этой системы уравнений имеет вид

$$\tilde{S} = \frac{A}{2}(x^2 - y^2) + a_1 x + a_2 y + b\,, \tag{22}$$

где A, a_1, a_2, b – действительные числа. Отметим, что функции $\tilde{S}$ не является компонентой аналитической функции переменной H_2, если $A \neq 0$.

Гипотеза II_{H_2}: *Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами функции переменной* H_2*, сопряженной к аналитической функции переменной* H_2.

Согласно данной гипотезе

$$\lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x} = u\,, \qquad \lambda(x,y)\cdot\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y} = v\,, \tag{23}$$

где $F(z) = u(x,y) + jv(x,y)$ – некоторая аналитическая функция переменной $H_2 \ni z = x + iy$. Тогда соотношения Коши-Римана дают следующие уравнения в частных производных для Мировой функции $\tilde{S}$:

$$\frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\lambda(x,y)\frac{\partial\tilde{S}}{\partial y}\,. \tag{24}$$

Если $\lambda(x,y) \equiv 1$, то уравнения (24) упрощаются и сводится к одному дифференциальному уравнению в частных производных:

$$\frac{\partial^2 \tilde{S}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tilde{S}}{\partial y^2} = 0\,. \tag{25}$$

Таким образом, при выполнении *гипотезы* II_{H_2} и при $\lambda(x,y) \equiv 1$ функция $\tilde{S}$ является компонентой аналитической функции переменной H_2, и соответствующая геометрия, конформно связанная с геометрией гиперболической плоскости, может быть получена с помощью конформного преобразования гиперболической плоскости.

2 Поличисла P_n

Рассмотрим некоторую систему невырожденных n-чисел P_n, то есть n-мерных ассциативно-коммутативных невырожденных гиперкомплексных чисел; соответствующее координатное пространство $x^1, x^2, ..., x^n$ является финслеровым метрическим пространством с элементом длины вида

$$ds = mc\sqrt[n]{\overset{o}{g}_{i_1 i_2 ... i_n}\, dx^{i_1} dx^{i_2} ... dx^{i_n}}\,, \tag{26}$$

$\overset{o}{g}_{i_1 i_2 ... i_n}$ – метрический тензор, не зависящий от точки пространства. Такого рода финслеровы пространства давно изучаются в математической литературе (см., например, [3] – [6]), но то, что все невырожденные поличисловые пространства относятся именно к такому типу финслеровых пространств было установлено совсем недавно, начиная с работ [7], [8] и в последующих работах тех же авторов.

Компоненты обобщенного импульса в геометрии (26) вычисляются по формулам:

$$p_i = mc \frac{\overset{o}{g}_{i j_2 ... j_n}\, dx^{j_2} ... dx^{j_n}}{\left(\overset{o}{g}_{i_1 i_2 ... i_n}\, dx^{i_1} dx^{i_2} ... dx^{i_n}\right)^{\frac{n-1}{n}}}\,. \tag{27}$$

Финслерову геометрию с элементом длины (26) будем называть *разрешимой*, если тангенциальное уравнение индикатрисы можно записать в виде

$$\overset{o}{g}{}^{i_1 i_2 ... i_n}\, p_{i_1} p_{i_2} ... p_{i_n} = \mu^n (mc)^n\,, \tag{28}$$

где $\mu > 0$ – некоторая постоянная. Для римановой или псевдоримановой геометрии разрешимость означает неравенство нулю определителя матрицы метрического тензора, то есть выполнение свойства невырожденности. По-видимому, финслерова геометрия в пространстве невырожденных поличисел всегда разрешима, но это утверждение требует строгого доказательства.

Из формул (26) – (28) следует соотношение, которому должны удовлетворять тензоры $\overset{o}{g}_{i_1 i_2 ... i_n}$, $\overset{o}{g}{}^{i_1 i_2 ... i_n}$ разрешимой финслеровой геометрии,

$$\begin{aligned} &\overset{o}{g}{}^{j_1 j_2 ... j_n} \times \overset{o}{g}_{j_1 i_2 ... i_n}\, dx^{i_2} ... dx^{i_n}\, \overset{o}{g}_{j_2 k_2 ... k_n}\, dx^{k_2} ... dx^{k_n} ... \overset{o}{g}_{j_n m_2 ... m_n}\, dx^{m_2} ... dx^{m_n} = \\ &\qquad = \mu^n \left(\overset{o}{g}_{i_1 i_2 ... i_n}\, dx^{i_1} dx^{i_2} ... dx^{i_n}\right)^{n-1}\,. \end{aligned} \tag{29}$$

Действие как функция координат в геометрии (26) удовлетворяет уравнению Гамильтона-Якоби:

$$\overset{o}{g}{}^{j_1 j_2 \dots j_n} \, \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_1}} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}} \dots \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} = \mu^n (mc)^n \,. \tag{30}$$

Рассмотрим произвольную Мировую функцию $\tilde{S}(x^1, x^2, ..., x^n)$ с единственным условием

$$\overset{o}{g}{}^{j_1 j_2 \dots j_n} \, \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_1}} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}} \dots \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} > 0 \,, \tag{31}$$

тогда функция $\tilde{S}(x)$ является действием для геометрии, конформно связанной с геометрией (26), с элементом длины

$$d\tilde{s} = \kappa(x) \cdot mc \sqrt[n]{\overset{o}{g}_{i_1 i_2 \dots i_n} \, x^{i_1} x^{i_2} \dots x^{i_n}} \,, \tag{32}$$

где $\kappa(x) > 0$ – коэффициент растяжения-сжатия, вообще говоря, разный в разных точках координатного пространства,

$$\kappa(x) = \frac{1}{\mu \cdot mc} \sqrt[n]{\overset{o}{g}{}^{j_1 j_2 \dots j_n} \, \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_1}} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}} \dots \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}}} \,, \tag{33}$$

и Мировая функция $\tilde{S}$ является решением уравнения Гамильтона-Якоби следующего вида:

$$\overset{o}{g}{}^{j_1 j_2 \dots j_n} \, \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_1}} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}} \dots \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} = \kappa(x)^n \cdot \mu^n (mc)^n \,. \tag{34}$$

Поле скоростей, определяющих конгруенцию мировых линий, будет выражаться через Мировую функцию $\tilde{S}$ по формуле

$$\dot{x}^i = \overset{o}{g}{}^{i j_2 \dots j_n} \, \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}} \dots \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} \cdot \lambda(x)^{n-1} \,, \tag{35}$$

где $\lambda(x) > 0$ – произвольная скалярная функция.

Алгебра поличисел $P_n \ni X = x^1 e_1 + x^2 e_2 + ... + x^n e_n$ полностью определяется законом умножения базисных элементов:

$$e_i e_j = p^k_{ij} e_k \tag{36}$$

– то есть числовым тензором p^k_{ij}. Напомним, что поличисла P_n называются невырожденными, если

$$det(q_{ij}) \neq 0 \,, \qquad q_{ij} \equiv p^k_{im} p^m_{kj} \,. \tag{37}$$

В этом случае можно построить тензор q^{ij}. Если ϵ^i – коэффициенты разложения единицы $1 \in P_n$ в базисе e_i, то соотношения Коши-Римана для аналитической функции $F(X) = f(x)^i e_i$ переменной P_n можно записать следующим образом:

$$\frac{\partial f^i}{\partial x^k} - p^k_{ij} \epsilon^m \frac{\partial f^j}{\partial x^m} = 0 \,. \tag{38}$$

Гипотеза I_{P_n}: Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами аналитической функции переменной P_n.

Если $F(X) = f(x)^i e_i$ – аналитическая функция переменной P_n, то данная гипотеза приводит к соотношениям:

$$f^i(x^1, x^2, ..., x^n) = \overset{o}{g}{}^{ij_2...j_n} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}} ... \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} \cdot \lambda(x)^{n-1} \,. \tag{39}$$

Подставляя таким образом выраженные через Мировую функцию компоненты аналитической функции в соотношения Коши-Римана, получим систему дифференциальных уравнений в частных производных, которым должна удовлетворять Мировая функция при реализации *гипотезы* I_{P_n}.

Гипотеза II_{P_2}*: Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами функции переменной* P_n*, сопряженной с помощью некоторой специальной унарной операции (симметрического сопряжения) к аналитической функции той же переменной.*

Определим на множестве $P_n \ni X, Y$ унарную операцию $\bar{X} = Y$ следующим образом:

$$y^i = \overset{o}{g}{}^{ij_2...j_n} q_{j_2 m_2} ... q_{j_n m_n} x^{m_2} ... x^{m_n} \,. \tag{40}$$

Для комплексных чисел и гиперболических чисел H_2 такая унарная операция является обычным сопряжением, а на множестве поличисел H_4 (и H_n) с точностью до числового множителя эта операция совпадает с операцией *нормального сопряжения* [9]. Унарная операция (40) может быть обобщена для $(n-1)$ аргумента, симметрическим образом, при этом мы получим симметрическую $(n-1)$-нарную операцию на множестве P_n. Чтобы отличать такую унарную операцию и соответствующую ей $(n-1)$-нарную операцию от других сопряжений в поличисловых алгебрах назовем такую операцию *симметрическим сопряжением.*

Сравнив формулы (35) и (40) и заменив x^i на f^i получаем, что реализация *гипотезы* II_{P_2} приводит к соотношениям

$$q_{ij} f^j = \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^i} \lambda(x) \,, \tag{41}$$

или

$$f^i = q^{ij} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^j} \lambda(x) \,, \tag{42}$$

то есть величины $q^{ij} \dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^j} \lambda(x)$ являются компонентами аналитической функции переменной P_n.

Покажем, что одна и та же пара {*Мировая функция; конгруенция мировых линий*} может быть реализована в разных финслеровых геометриях.

Введем обозначение

$$g^{ij}(x) = \left[\frac{1}{\kappa(x) \cdot \mu \cdot cm} \right]^{n-2} \overset{o}{g}{}^{ijj_3...j_n} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_3}} ... \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} \,. \tag{43}$$

Будем предполагать, что $det(g^{ij}(x)) \neq 0$, тогда можно построить дважды ковариантный тензор $g_{ij}(x)$. Рассмотрим псевдориманову геометрию с элементом длины

$$ds' = \kappa(x) \cdot \mu \cdot cm \sqrt{g_{ij} dx^i dx^j} \,. \tag{44}$$

Тангенциальное уравнение индикатрисы для такой геометрии будет иметь вид

$$g^{ij}p_ip_j = \kappa(x)^2 \cdot \mu^2 \cdot (cm)^2\,, \tag{45}$$

а уравнение Гамильтона-Якоби для действия $S'(x)$ соответственно

$$g^{ij}\frac{\partial S'}{\partial x^i}\frac{\partial S'}{\partial x^j} = \kappa(x)^2 \cdot \mu^2 \cdot (cm)^2\,. \tag{46}$$

Подставим в это уравнение выражение (43), получим

$$\overset{o}{g}{}^{j_1j_2j_3\dots j_n}\frac{\partial S'}{\partial x^{j_1}}\frac{\partial S'}{\partial x^{j_2}}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_3}}\dots\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} = \kappa(x)^n \cdot \mu^n(mc)^n\,. \tag{47}$$

Таким образом, функция $S' = \tilde{S}$ является решением уравнения (46), то есть функция $\tilde{S}$ остается Мировой функцией и в геометрии (44).

Поле скоростей в геометрии (44) будет определяться формулой

$$\dot{x}^i = g^{ij}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^j} \cdot \lambda'(x)\,, \tag{48}$$

где $\lambda'(x) > 0$ – некоторая скалярная функция. Подставим в эту формулу выражение (43), положим

$$\lambda'(x) = \kappa(x)^{n-2} \cdot \mu^{n-2} \cdot (cm)^{n-2} \cdot \lambda(x)^{n-1} \tag{49}$$

и получим формулу

$$\dot{x}^i = \overset{o}{g}{}^{ij_2\dots j_n}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_2}}\dots\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^{j_n}} \cdot \lambda(x)^{n-1}, \tag{50}$$

которая совпадает с формулой (35).

Итак, одна и та же пара {Мировая функция; конгруенция мировых линий} может быть реализована в качественно разных геометриях.

Получить из метрического тензора $g_{i_1i_2\dots i_m}(x^{i_1}x^{i_2}\dots x^{i_n})$ метрический тензор с меньшим числом индексов $r < m$ можно, свернув часть индексов с векторными или тензорными контравариантными полями (см., например, [3]– [6]). Выше проведенные рассуждения, показывают, что для поличисловых пространств P_n из всех таких методов выделяется следующий:

$$g_{i_1i_2\dots i_r}(x^{i_1}x^{i_2}\dots x^{i_n}) = a(x) \cdot g_{i_1i_2\dots i_m}(x^{i_1}x^{i_2}\dots x^{i_n}) f^{i_{r+1}}_{(1)} f^{i_{r+2}}_{(2)} \dots f^{i_m}_{(m-r)},$$

где $a(x)$ – некоторая скалярная функция, а $f^i_{(A)}$ – компоненты аналитических функций переменной P_n или компоненты функций, сопряженных неким образом к аналитическим функциям той же переменной.

3 Гиперкомплексные числа H_4

Напомним, что система гиперкомплексных чисел H_4 изоморфна алгебре действительных квадратных диагональных матриц 4×4. Соответствующее координатное пространство является метрическим финслеровым пространством с метрикой Бервальда-Моора. В пространстве H_4 существует специальный базис e_1, e_2, e_3, e_4 с законом умножения

$$e_ie_j = p^k_{ij}e_k\,, \qquad p^k_{ij} = \begin{cases} 1\,, \text{ если } \ i = j = k\,, \\ 0\,, \text{во все остальных случаях}\,, \end{cases} \tag{51}$$

компоненты тензоров q_{ij} (37), q^{ij} в таком базисе образуют единичную матрицу:

$$(q_{ij}) = (q_{ij}) = diag(1,1,1,1)\,. \tag{52}$$

Элемент длины в пространстве H_4 в специальном базисе (51) имеет вид

$$ds = mc\sqrt[4]{dx^1dx^2dx^3dx^4} \equiv mc\sqrt[4]{\overset{o}{g}_{ijkm}\, dx^idx^jdx^kdx^m}\,, \tag{53}$$

где

$$\overset{o}{g}_{ijkm} = \begin{cases} \dfrac{1}{24}\,, & \text{если индексы } i,j,k,m \text{ все разные}\,, \\ 0\,, & \text{во всех остальных случаях}\,. \end{cases} \tag{54}$$

Компоненты обобщенного импульса определяются формулой

$$p_i = \frac{mc}{4}\cdot\frac{\sqrt[4]{dx^1dx^2dx^3dx^4}}{dx^i}\,, \tag{55}$$

а тангенциальное уравнение индикатрисы имеет вид

$$p_1p_2p_3p_4 = \left(\frac{mc}{4}\right)^4\,, \tag{56}$$

или в ковариантной форме

$$\overset{o}{g}{}^{ijkm}\, p_ip_jp_kp_m = \left(\frac{mc}{4}\right)^4\,, \tag{57}$$

причем в данном специальном базисе

$$\left(\overset{o}{g}{}^{ijkm}\right) = \left(\overset{o}{g}_{ijkm}\right)\,. \tag{58}$$

Действие как функция координат в пространстве H_4 удовлетворяет уравнению

$$\overset{o}{g}{}^{ijkm}\,\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^j}\frac{\partial S}{\partial x^k}\frac{\partial S}{\partial x^m} = \left(\frac{mc}{4}\right)^4\,, \tag{59}$$

или

$$\frac{\partial S}{\partial x^1}\frac{\partial S}{\partial x^2}\frac{\partial S}{\partial x^3}\frac{\partial S}{\partial x^4} = \left(\frac{mc}{4}\right)^4\,. \tag{60}$$

Подставим в уравнение (60) некоторую мировую функцию $\tilde{S}(x)$, удовлетворяющую единственному условию

$$\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} > 0\,, \tag{61}$$

и получим

$$\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} = \kappa(x)^4\cdot\left(\frac{mc}{4}\right)^4\,, \tag{62}$$

то есть функция $\tilde{S}(x)$ является Мировой функцией в геометрии, конформно связанной с геометрией Бервальда-Моора (53), а именно в геометрии с элементом длины

$$ds = \kappa(x)\cdot mc\sqrt[4]{dx^1dx^2dx^3dx^4}\,, \tag{63}$$

где коэффициент растяжение-сжатия задается выражением

$$\kappa(x) = \frac{4}{mc}\sqrt[4]{\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^4}}\,. \tag{64}$$

В этой геометрии поле скоростей, определяющих конгруенцию мировых линий, имеет вид

$$\dot{x}^i = \frac{\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^1}\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^2}\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^3}\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^4}}{\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^i}}\cdot\lambda(x)^3\,, \tag{65}$$

где $\lambda(x) > 0$ – некоторая скалярная функция.

Гипотеза I_{H_4}: Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами аналитической функции переменной H_4.

В рассматриваемом специальном базисе произвольная аналитическая функция переменной H_4 имеет вид

$$F(X) = f^1(x^1)e_1 + f^2(x^2)e_2 + f^3(x^3)e_3 + f^4(x^4)e_4\,, \tag{66}$$

где f^i – произвольные функции одной действительной переменной, поэтому гипотеза I_{H_4} приводит к требованию

$$f^i(x^{i_-}) = \frac{\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^1}\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^2}\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^3}\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^4}}{\dfrac{\partial\tilde{S}}{\partial x^i}}\cdot\lambda(x)^3\,, \tag{67}$$

где индекс $i \equiv i_-$, но по нему не ведется суммирование. Перемножая соотношения (67) с разными индексами и сделав некоторые преобразовывая, получим в результате

$$\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^4} = \frac{\sqrt[3]{f^1f^2f^3f^4}}{\lambda^4} \tag{68}$$

и

$$\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^i} = \frac{\sqrt[3]{f^1f^2f^3f^4}}{\lambda f^i}\,. \tag{69}$$

Из условия перестановочности частных производных

$$\frac{\partial}{\partial x^j}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^i} = \frac{\partial}{\partial x^i}\frac{\partial\tilde{S}}{\partial x^j} \tag{70}$$

имеем систему шести дифференциальных уравнений, которым должна подчиняться функция $\lambda(x)$. Выпишем одно из этих уравнений для $i = 1$, $j = 2$:

$$3\left(f^1\frac{\partial\lambda}{\partial x^1} - f^2\frac{\partial\lambda}{\partial x^2}\right) = \lambda(\dot{f}^1 - \dot{f}^2)\,. \tag{71}$$

Если $\lambda = const$, то $\dot{f}^1 = \dot{f}^2 = \dot{f}^3 = \dot{f}^4 = const$, из чего следует, что $f^i(x^i_-)$ – линейные функции координат вида:

$$f^i = ax^i + b^i\,, \tag{72}$$

где a, b^i – постоянные.

Если $\lambda \neq const$, введем обозначения для неопределенных интегралов

$$I^i = \int^{x^i} \frac{dx^{i-}}{f^{i-}} \,. \tag{73}$$

Тогда решением системы, состоящей из уравнения (71) и аналогичных уравнений, будет функция

$$\lambda(x^1, x^2, x^3, x^4) = \sqrt[3]{f^1 f^2 f^3 f^4} \cdot \exp\left[W(I^1 + I^2 + I^3 + I^4)\right] + \lambda_0 \,, \tag{74}$$

где W – произвольная функция одного действительного аргумента, λ_0 – постоянная. Сама Мировая функция $\tilde{S}$, как в случае $\lambda = const$, так и в случае $\lambda \neq const$, может быть найдена через криволинейный интеграл второго рода по произвольному пути в пространстве H_4, соединяющему некоторую фиксированную точку с точкой $M(x^1, x^2, x^3, x^4)$.

Из формул (69), (72), (73) и (74) следует, что производные $\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^i}$ не являются компонентами или линейными комбинациями компонент аналитической функции переменной H_4, кроме случая, когда все эти производные равны между собой и равны постоянной P. То же самое можно сказать о самой функции $\tilde{S}$, если исключить линейную зависимость вида

$$\tilde{S} = P \cdot (x^1 + x^2 + x^3 + x^4) + const \,.$$

Каждой аналитической функции $F(X)$ переменной H_4 соответствует Мировая функция $\tilde{S}$, которая выражается через компоненты $F(X)$ в квадратурах, при этом соответствующее поле скоростей, определяющее мировые линии, является аналитической функцией $F(X)$ переменной H_4.

Гипотеза II_{H_4}: Компоненты векторного поля, которое порождает мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами функции переменной H_4, симметрически сопряженной к аналитической функции той же переменной.

В силу формул (52), (54), (58) симметрическое сопряжение (40) в пространстве H_4 совпадает с нормальным сопряжением [9], причем в рассматриваемом специальном базисе формула (40) принимает вид

$$y^i = \frac{x^1 x^2 x^3 x^4}{x^i} \,. \tag{75}$$

Учитывая эту формулу и формулу (65), как следствие гипотезы II_{H_4} получим

$$\frac{f^1 f^2 f^3 f^4}{f^i} = \frac{\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3}\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4}}{\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^i}} \cdot \lambda(x)^3 \,, \tag{76}$$

или

$$f^i(x^{i-}) = \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^i} \cdot \lambda(x) \,. \tag{77}$$

Если $\lambda = const$, то

$$\tilde{S} = \frac{1}{4}\left(\tilde{f}^1(x^{1-}) + \tilde{f}^2(x^{2-}) + \tilde{f}^3(x^{3-}) + \tilde{f}^4(x^{4-})\right) \,, \tag{78}$$

где $\tilde{f}^i$ – функции одного действительного аргумента, эти функции с точностью до числового множителя суть первообразные компонент $f^i(x^{i-})$ исходной аналитической функции $F(X)$. Из свойств поличисел H_4 следует, что $\tilde{S}$ (78), являясь скалярной функцией, формально совпадает с компонентой аналитической функции

$$\tilde{F}(X) = \tilde{f}^i(x^{i-})e_i \tag{79}$$

при единичном элементе в базисе $1, j, k, jk$; $j^2 = k^2 = (jk)^2 = 1$:

$$\left.\begin{aligned} 1 = e_1 + e_2 + e_3 + e_4\,, \quad j = e_1 + e_2 - e_3 - e_4\,, \\ k = e_1 - e_2 + e_3 - e_4\,, \quad jk = e_1 - e_2 - e_3 + e_4\,. \end{aligned}\right\} \tag{80}$$

Пусть $\lambda \neq const$, тогда из соотношения (77) получим систему шести уравнений для определения функции $\lambda(x)$:

$$f^i \frac{\partial \lambda}{\partial x^j} = f^j \frac{\partial \lambda}{\partial x^i} \tag{81}$$

– общее решение этой системы уравнений имеет вид

$$\lambda(x) = \Lambda\left(\tilde{f}^1(x^{1-}) + \tilde{f}^2(x^{2-}) + \tilde{f}^3(x^{3-}) + \tilde{f}^4(x^{4-})\right)\,, \tag{82}$$

где Λ – функция одного действительного переменного, а $\tilde{f}^i(x^{i-})$ являются первообразными компонент $f^i(x^{i-})$ исходной аналитической функции $F(X)$.

Мировая функция $\tilde{S}$ может быть найдена через криволинейный интеграл второго рода по произвольному пути в пространстве H_4, соединяющему некоторую фиксированную точку с точкой $M(x^1, x^2, x^3, x^4)$.

В общем случае $\lambda \neq const$ производные $\dfrac{\partial \tilde{S}}{\partial x^i}$ уже не являются компонентами или линейными комбинациями компонент аналитической функции переменной H_4. То же самое можно сказать о самой функции $\tilde{S}$. Но каждой аналитической функции $F(X)$ соответствует Мировая функция $\tilde{S}$, которая выражается через компоненты $F(X)$ в квадратурах, при этом соответствующее поле скоростей, определяющее мировые линии, является симметрически сопряженным к аналитической функцией $F(X)$ переменной H_4.

Предположим, что нам известна Мировая функция в пространстве (63), конформно связанным с пространством Бервальда-Моора. Рассмотрим тензор

$$g^{ij}(x) = \frac{1}{\kappa(x)^2 \cdot \mu^2 \cdot (mc)^2} \overset{o}{g}{}^{ijkm} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^k} \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^m}\,, \tag{83}$$

где согласно формуле (57) $\mu = 1/4$. Будем предполагать, что $det(g^{ij}(x)) \neq 0$, тогда в том же самом координатном пространстве x^1, x^2, x^3, x^4 можно определить псевдориманову геометрию с элементом длины

$$ds' = \kappa(x) \cdot \mu \cdot mc\sqrt{g_{ij}dx^i dx^j} \tag{84}$$

и тангенциальным уравнением индикатрисы

$$g^{ij}p'_i p'_j = \kappa(x)^2 \cdot \mu^2 \cdot (mc)^2\,. \tag{85}$$

Уравнение Гамильтона-Якоби для действия S' имеет вид

$$g^{ij}\frac{\partial S'}{\partial x^i}\frac{\partial S'}{\partial x^j} = \kappa(x)^2 \cdot \mu^2 \cdot (mc)^2 \,, \tag{86}$$

а компоненты поля скоростей, определяющих конгруенцию мировых линий, запишутся следующим образом:

$$\dot{x}^i = g^{ij}\frac{\partial S'}{\partial x^j}\lambda'(x) \,, \tag{87}$$

где $\lambda'(x)$ – некоторая скалярная функция. Подставляя в последние две формулы выражение для g^{ij} (83), получим, что решением уравнения (86) является Мировая функция $S' = \tilde{S}$, а конгруенции мировых линий в пространствах (63) и (84) совпадают.

Рассмотрим тензор

$$G^{ij}(x) = \overset{o}{g}{}^{ijkm}\,\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^k}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^m} \,, \tag{88}$$

который с точностью до скалярного множителя совпадает с тензором g^{ij} (83), в матричном виде

$$\left(G^{ij}(x)\right) = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} & 0 & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3} \\ \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4} & 0 & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2} \\ \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3} & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3} & \frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2} & 0 \end{pmatrix}. \tag{89}$$

Так как

$$det\left(G^{ij}\right) = -\frac{3}{12^4}\left(\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^1}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^2}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^3}\frac{\partial \tilde{S}}{\partial x^4}\right)^2 \neq 0 \,, \tag{90}$$

в силу неравенства (61), то можно построить тензор G_{ij}, а значит и тензор g_{ij}.

Используемый в настоящем разделе базис e_1, e_2, e_3, e_4 не является привычным физическим базисом, поэтому перейдем к базису (80), но не в общем случае, а при задании простейшей Мировой функции

$$\tilde{S} = \frac{1}{4}\left(x^1 + x^2 + x^3 + x^4\right) + const \,, \tag{91}$$

которая в базисе (80) имеет вид

$$\tilde{S} = x^0 + const \,, \tag{92}$$

где x^0 – координата при единичном элементе в базисе (80). В этом случае матрица (G^{ij}) принимает вид

$$\left(G^{ij}(x)\right) = \frac{1}{12\cdot 4^2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \tag{93}$$

Для того, чтобы получить матрицу (G^{ij}) тензора G^{ij} в новом базисе (80), то есть матрицу $\left(G^{i'j'}\right)$, надо умножить матрицу (G^{ij}) (с учетом того, что матрица перехода симметрическая) слева и справа на матрицу обратную матрице перехода, в результате получим

$$\left(G^{i'j'}(x)\right) = \frac{1}{4^4}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}. \tag{94}$$

Таким образом, Мировой функции (91) в пространстве H_4 соответствует псевдоевклидова геометрия с сигнатурой $(1,-1,-1,-1)$.

Заключение

Из вышеизложенного следует, что связь между Мировой функцией $\tilde{S}$, заданной в некотором поличисловом пространстве P_n, и аналитическими функциями переменной P_n может быть постулирована по-разному.

Наиболее сильные ограничения на вид Мировой функции $\tilde{S}$ налагает *гипотеза I: компоненты векторного поля, порождающее мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами аналитической функции переменной P_n.*

Менее сильные ограничения на вид Мировой функции $\tilde{S}$ налагает *гипотеза II: компоненты векторного поля, порождающего мировые линии, соответствующие данной Мировой функции, являются компонентами функции переменной P_n, симметрически сопряженной к аналитической функции той же переменной.*

На наш взгляд, *гипотеза II* более тесно связана с физикой, так как в этом случае Мировая функция более тесно связана с аналитическими функциями соответствующей поличисловой переменной – она может являться компонентой аналитической функции при единице, то есть вещественной частью аналитической функции переменной P_n, что соответствует обобщению понятия комплексного потенциала на евклидовой плоскости.

Описанию Мира с помощью Мировой функции требует некой процедуры "поднятия индексов" у ковариантных тензоров, и эта процедура может быть всегда реализована в рамках некоторой фиксированной геометрии, самодостаточной паре {Мировая функция; конгруенция мировых линий} могут соответствовать качественно разные геометрии, точнее – некоторый класс, взаимосвязанных между собой геометрий.

В настоящей работе показано, что финслеровому пространству H_4, пространству с метрикой Бервальда-Моора соответствует пространство Минковского, то есть эти геометрии, в данном смысле, принадлежат одному и тому же классу.

Таким образом, рассматривая физический Мир как пару {конгруенция мировых линий; Мировая функция}, мы приходим к выводу, что геометрия не является фиксированным понятием. Можно переходить от одной геометрии к другой в зависимости от круга решаемых задач, сохраняя при этом не только конгруенцию мировых линий, но и Мировую функцию, то есть сохраняя Мир – оставаясь в одном и том же Мире.

Пространство Минковского и пространство поличисел H_4 соответствуют одному и тому же физическому Миру.

Литература

[1] Г. Вейль: Пространство, время, материя, М., "Янус", 1996

[2] П. К. Рашевский: Риманова геометрия и тензорный анализ, М. Наука, 1967

[3] M. Matsumoto, S. Numata: On Finsler spaces with 1-form metric. Tensor, N. S., Vol. 32 (1978), 161

[4] M. Matsumoto, S. Numata: On Finsler spaces with 1-form metric II. Berwald-Moor's metric., Tensor, N. S., Vol. 32 (1978), 275

[5] M. Matsumoto, S. Numata: On Finsler spaces with a cubic metric, Tensor, N. S., Vol. 33 (1979), 153

[6] H. Shimada: On Finsler spaces with the metric L of m-th root metric, Tensor, N. S., Vol. 33 (1979), 365 – 372

[7] Д. П. Павлов: Обобщенные аксиомы скалярного произведения, Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, **1 (1)** (2004), 5 – 19

[8] Г. И. Гарасько: Обобщенно-аналитические функции поличисловой переменной, Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, **1 (1)** (2004), 75 – 88

[9] Д. П. Павлов, Г. И. Гарасько: Нормальное сопряжение на множестве поличисел, Гиперкомплексные числа в геометрии и физике, **2 (2)** (2004), 6 – 14