ХРОНОМЕТРИЯ ТРЕХМЕРНОГО ВРЕМЕНИ

Д. Г. Павлов

Московский Государственный Технический Университет им. Н. Э. Баумана
postmaster@hypercomplex.ru

Концепция многомерного времени не раз возникала в естествознании, но всякий раз, под давлением парадоксов, от нее приходилось отказываться. Между тем, остается нерешенным философский вопрос, почему пространство допускает множество измерений, а время – нет. В настоящей работе предпринимается попытка разобраться в данной проблеме путем перехода от традиционных квадратичных метрик к финслеровым, допускающим произвольную степень компонент вектора, входящих в метрическую функцию. Хотя предлагаемый подход позволяет строить континуумы времен любой натуральной размерности, данное исследование ограничивается простейшим, после тривиального двухмерного случая, примером трех временных измерений, чтобы наиболее наглядно осветить специфику темы и использовать преимущество графических иллюстраций.

1. Введение

Идея пространства воспринимается человеком намного проще и нагляднее, чем идея времени. Это обусловлено тем, что пространство обозревается нами как бы все сразу в трехмерном виде, тогда как время предстает лишь в своей малой части. Подобная ситуация часто толкала ученых к попыткам "избавиться" от времени, ограничивая себя либо сугубо стационарными задачами, либо различными способами приводя время к уровню дополнительного пространственного измерения. Первый подход связывают с именем Архимеда, второй – впервые встречается у Галилея, достигает совершенства у Лагранжа и господствует до сих пор. И это, несмотря на то, что специальная теория относительности явно противопоставляет категории пространства и времени друг другу, объявляя их принципиально разными сущностями, обладающими фундаментальными отличиями уже на геометрическом уровне.

Однако, в среде физиков постепенно растет убеждение, сформулированное Сингом [1]. Согласно ему, Евклид направил естествознание по ложному пути, взяв в качестве первичного понятия науки пространство, а не время. Отсутствие до сих пор какого-либо общепринятого термина для наименования исследований времени служит, по мнению Синга, доказательством этого пренебрежения. Он предложил использовать слово "хронометрия" для обозначения той части науки, которая имеет дело с категорией времени в столь же широком смысле, как "геометрия" имеет дело с категорией пространства. И хотя Синг вряд ли рассматривал время как многомерную структуру, его высказывания именно в этом случае приобретают особое звучание.

2. Двухмерное время

Суть идеи многомерного времени, выступающего альтернативой многомерному пространству, можно проиллюстрировать парадоксальным утверждением, что с примером двухмерного времени почти все физики хорошо знакомы, однако, в силу устоявшихся традиций рассматривают его в совершенно иной интерпретации. Речь идет о самой обычной псевдоевклидовой плоскости. Удивительно, но среди всех псевдоевклидовых пространств только двухмерное выделяется своими уникальными особенностями, среди которых следует отметить следующие.

Во-первых, для всех псевдоевклидовых пространств размерности три и выше справедлива теорема Лиувилля, согласно которой полный перечень их конформных преобразований сводится к переносам, вращениям, дилатациям и инверсиям. На псевдоевклидовой плоскости же (как, впрочем, и евклидовой) разнообразие конформных отображений существенно шире.

Во-вторых, для векторов плоскости существует понятие их полного произведения, причем большинство из них имеют еще и обратные. Напротив, в других псевдоевклидовых пространствах под произведением векторов обычно понимаются только частные случаи этого общего понятия, деление же не определяется в принципе.

В-третьих, количество односвязных областей, на которые изотропные вектора разделяют псевдоевклидовы пространства с сигнатурой $(1, n-1)$, всегда равно трем, за исключением плоскости, на которой таких областей четыре.

В-четвертых, даже при обычной интерпретации псевдоевклидовой плоскости как двухмерного пространства-времени, в общем-то, не важно, какую из двух характерных линейных координат выбрать в качестве временной, а какую в качестве пространственной, результат от этого меняется с точностью до перестановок. В пространствах больших размерностей подобная симметрия нарушается и к времениподобному направлению применима только смена знака.

И, наконец, только плоскость (если не считать одномерное пространство) допускает соответствие с коммутативно-ассоциативной алгеброй, основные объекты которой носят название двойных чисел. Алгебра этих чисел обладает почти всеми признаками обычных действительной и комплексной алгебр (включая коммутативность произведений), за исключением появления особых объектов – делителей нуля. К ним относятся числа, отличные от нуля, но не имеющие обратных, как и сам нуль. Каждый делитель нуля имеет пару, также делитель нуля, в произведении с которым результатом оказывается опять же нуль. В сравнении с комплексными числами, двойные устроены весьма просто, однако, никакому псевдоевклидовому пространству большей размерности, чем два, нельзя сопоставить даже подобной алгебры.

На эти фундаментальные различия обычно не обращают внимания. Их, в лучшем случае, относят на счет вырожденности двухмерного пространства, полагая, что унифицированный порядок начинается с размерности три и выше. Интересно отметить, что практически то же самое наблюдается и для евклидовых пространств, среди которых двухмерная плоскость также стоит особняком, а ей, как известно, сопоставляется алгебра комплексных чисел.

Уже исходя из этих двух примеров, можно выдвинуть предположение, что по каким-то причинам связь некоторых метрических пространств с коммутативно-ассоциативными алгебрами делает их выделенными, а потому именно такие алгебры и соответствующие им пространства заслуживают отдельного внимания.

Утверждая в начале раздела право трактовать псевдоевклидову плоскость, как частный случай многомерного времени, мы опирались на то обстоятельство, что в данном пространстве не существует никаких объективных оснований различить, какие из его направлений подходят на роль времени, а какие нет. Изначально в таком пространстве все неизотропные направления абсолютно равноправны. Их дифференциация по физическому смыслу на пространственно- и времениподобные происходит лишь после того, как осуществляется субъективный выбор одного из квадрантов в качестве области будущего.

Замечание. Субъективный выбор касается не столько квадранта, сколько конкретной мировой линии, элемент длины которой трактуется как собственное время некоего наблюдателя, а область будущего определяется уже как следствие направления этой линии.

Только после выполнения данной процедуры точки противолежащего квадранта автоматически приобретают смысл прошедших событий, а точки двух боковых квадрантов – становятся абсолютно удаленными. Однако, на псевдоевклидовой плоскости мало что изменится, если в качестве области будущего выбрать любой другой квадрант, просто по отношению к нему все остальные должны поменять свои роли.

За исключением этого, на первый взгляд, несущественного момента, дальнейшие построения на псевдоевклидовой плоскости, понимаемой как двухмерное время, не отличаются от стандартных построений при ее обычной интерпретации в качестве пространства-времени. Но при переходе к трем и большему числу измерений, различия между многомерным временем и соответствующим ему по размерности псевдоевклидовым пространством-временем становятся принципиальными. Более того, если концепцию многомерного времени предполагать, как возможную геометрическую альтернативу пространству специальной теории относительности, необходимо пересмотреть не только математические, но и философские представления о структуре физической реальности.

3. Трехмерное время

Чтобы от модели двухмерного времени перейти к трехмерной, сосредоточимся на том факте, что в случае псевдоевклидовой плоскости соответствующая ей геометрия оказалась тесно связанной с понятием двойных чисел, относящихся к коммутативно-ассоциативным гиперкомплексным алгебрам. Первооткрыватель гиперкомплексных чисел Уильям Гамильтон, выступая на одном из заседаний ирландской Королевской академии, утверждал, что поскольку существует геометрия – чистая математическая наука о пространстве, – должна существовать столь же чистая математическая наука и о времени. По его мнению, такой наукой должна была выступить алгебра [2]. Парадоксально, но именно Гамильтон фактически и опроверг собственную идею, когда обнаружил на примере открытых им кватернионов множественность принципиально различных алгебр. Попробуем все же вооружиться его утверждением как аксиомой, и по аналогии с алгеброй двойных чисел построим алгебру тройных чисел, которым и попытаемся сопоставить геометрию, или используя предложение Синга, хронометрию трехмерного времени.

Наличие в двойных числах выделенного (изотропного) базиса, в котором выражение для квадрата их модуля принимает полностью симметричный вид:

$$|\mathbf{X}|^2 = x_1' x_2', \tag{1}$$

наводит на мысль, что у чисел, способных быть алгебраическим аналогом векторов трехмерного времени, должен найтись базис, в котором величина куба их модуля окажется связанной с похожей на (1) симметрической формой от трех компонент:

$$|\mathbf{X}|^3 = x_1' x_2' x_3'. \tag{2}$$

Несложно убедиться, что алгебра таких чисел действительно существует, она коммутативна и ассоциативна. Кроме того, она является прямой суммой трех действительных алгебр, что продолжает тенденцию, наметившуюся ранее у двойных чисел, алгебра которых была связана с прямой суммой двух действительных. Как хорошо известно, одномерное время можно сопоставлять самим действительным числам, что служит дополнительным подтверждением правильности избранного нами алгебраического пути поиска моделей многомерных времен.

Многообразия, дифференциалы длин векторов которых выражаются формами типа (1)–(2), известны в геометрии и носят название финслеровых пространств с метрической функцией Бервальда-Моора [3]. Однако, обычно под финслеровыми понимают многообразия общего вида с ненулевыми значениями кривизны и кручения. Рассматриваемая же метрика (2) задает линейное пространство, в связи с чем оно является близким родственником как евклидовых, так и псевдоевклидовых пространств, хотя далеко не во всем на них похожим.

Условимся линейные финслеровы пространства, метрические функции которых в одном из базисов принимают вид:

$$F(x') = \left|\prod_{i=1}^{n} x'_i\right|^{1/n}, \tag{3}$$

называть *n-мерными временами.* Чтобы иметь не только аксиоматические, но и физические основания использовать данное яркое имя, попробуем каждую точку таких пространств интерпретировать как событие, а любую прямую – как мировую линию некоторой инерциальной системы отсчета.

Замечание. Определяемое таким образом понятие события, несмотря на сходство с классическим аналогом, введенным Минковским, все же несколько отличается от последнего. Это связано с тем, что в многомерном времени понятие события перестает быть однозначным и оказывается зависящим от того, с позиций какой системы отсчета оно рассматривается. Другими словами, одну и ту же точку многомерного времени следует интерпретировать как принципиально различные события, если мировые линии наблюдателей разделены изотропными гиперплоскостями. В их представлениях перепутаны категории времени и пространства, и то, что для одного кажется чисто пространственным интервалом, для другого может быть чисто временным и наоборот. Таких качественно различных наблюдателей в n-мерном времени 2^n (по числу односвязных областей), вследствие чего каждая точка имеет столько же независимых потенциальных возможностей интерпретироваться как событие. Однако, если рассматривать только такие системы отсчета, чьи мировые линии лежат в одном световом конусе, многозначности не возникает, и понятие события тогда почти ничем не отличается от своего классического аналога.

В каждой такой системе отсчета интервал собственного времени между произвольной парой событий равен величине длины связанного с этими событиями вектора. Из симметрии рассматриваемых пространств следует, что все их неизотропные направления абсолютно равноправны. И если поэтому с длиной каждого вектора мы решили связывать собственное время в выделенной системе отсчета, то и сами пространства, уже не только по определению, но и исходя из физических предпосылок, теперь вполне уместно именовать многомерными временами.

Остается вопрос, имеют ли подобные многообразия хоть какое то отношение к реальному миру? Чтобы приблизиться к ответу на него, попробуем рассмотреть свойства и особенности трехмерного времени, начав данный процесс с изучения структуры его изотропных подпространств.

4. Световые пирамиды

Форма (2) принимает нулевые значения в точках, соответствующих трем выделенным плоскостям, задаваемых уравнениями:

$$x'_1 = 0, \quad x'_2 = 0, \quad x'_3 = 0. \tag{4}$$

Вектора, лежащие в любой из этих плоскостей, имеют нулевое значение модуля и в этом смысле являются изотропными. При этом, прямые, принадлежащие одновременно двум плоскостям (равно, как и точка пересечения всех трех), автоматически также оказываются выделенными. Поскольку таких прямых, как и измерений, – три, из векторов, им принадлежащим, можно образовать специальный базис. Этот базис с точностью до перестановок является единственным и именно в нем приведенная выше форма (2), определяющая значение модуля произвольного числа, а, значит, и выражение для длины соответствующего ему вектора, принимают простейший вид. Учитывая уникальность такого базиса, присвоим ему имя *абсолютного*.

В данном плане рассматриваемое пространство оказывается устроенным существенно иначе, чем привычные евклидовы и псевдоевклидовы пространства, где выделенных базисов не существует (опять же, за исключением псевдоевклидовой плоскости), а потому изучение этих и обобщающих их геометрий часто стремятся свести к бескоординатному виду. Наличие в многомерных временах особых базисов означает, что если когда-нибудь удастся найти связь между соответствующими многообразиями и физической реальностью, в теоретических построениях некоторые системы координат будут играть явно выделенную роль.

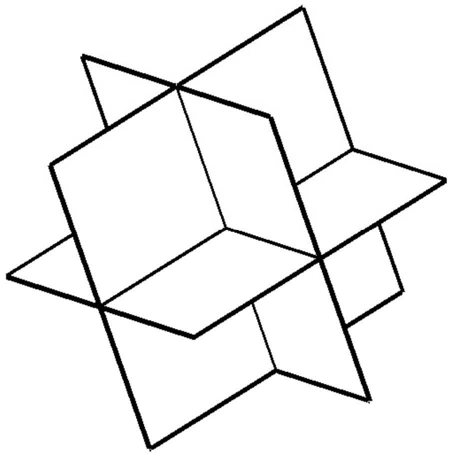

Рис. 1: Изотропные плоскости трехмерного времени

Сами изотропные плоскости (4) можно представлять себе так, как это изображено на Рис. 1. Из рисунка видно, что все трехмерное пространство рассекается изотропными плоскостями на восемь одинаковых камер-октантов, каждая из которых является областью односвязности. Любая из камер отделена от трех боковых своих соседок двухмерными гранями, еще с тремя граничит по лучам, и только с единственной противоположной камерой соприкасается в точке. Аналогично, только с поправкой на размерность, можно охарактеризовать и упоминавшееся выше двухмерное время, в котором изотропными прямыми все пространство делится на четыре камеры-квадранта. Каждый из таких квадрантов от двух смежных отделен изотропными лучами, а с единственным противолежащим граничит в точке. Тому же правилу подчиняется и одномерное время, поскольку его прямую можно рассматривать как две противолежащие камеры, разделенные одной особой точкой – нулем, которую можно считать предельно вырожденным случаем изотропного конуса.

Если из восьми камер-октантов трехмерного времени выделить два противолежащих и рассмотреть их объединенную изотропную границу, мы получим фигуру, изображенную на Рис. 2. Такое подпространство напоминает световой конус псевдоевклидова пространства (изображен на том же рисунке справа), с той разницей,

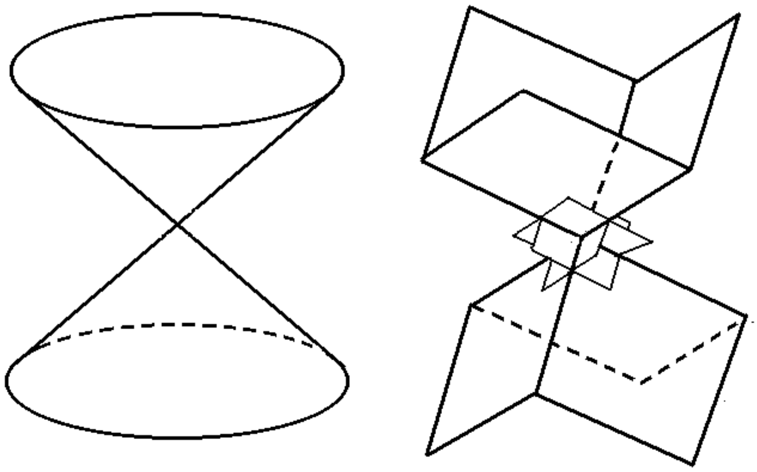

Рис. 2: Световые конусы трехмерного времени (справа) и трехмерного псевдоевклидова пространства (слева)

что первый не обладает непрерывной осевой симметрией. Внутри обоих противолежащих октантов располагаются вектора отличной от нуля длины, причем концы векторов единичной длины образуют две полости специфического гиперболоида, являющегося финслеровым аналогом двухполостного гиперболоида псевдоевклидова пространства. Обе эти фигуры изображены на Рис. 3, причем правая соответствует трехмерному времени и представляет собой только одну четвертую часть полного гиперболоида этого пространства, имеющего восемь полостей, по одной на каждую односвязную область. Точки этой фигуры удовлетворяют уравнению $|x'_1 x'_2 x'_3| = 1$, а ее общий вид представлен на Рис. 4.

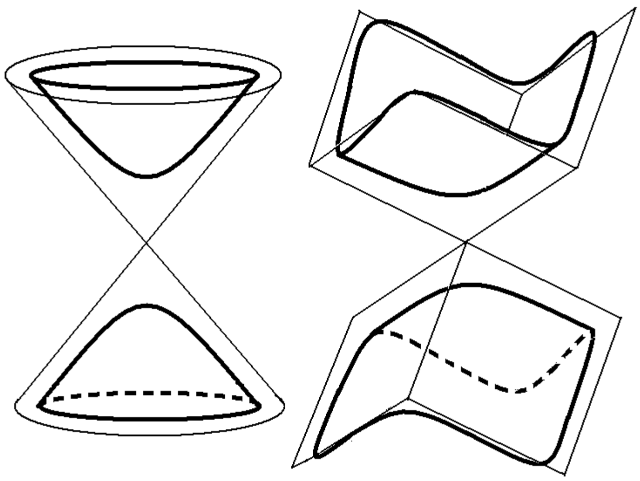

Рис. 3: Фрагменты единичных гиперболоидов

Среди единичных векторов, упирающихся в одну и ту же полость такого гиперболоида, возможны непрерывные переходы, осуществляемые абелевой двухпараметрической группой линейных преобразований, которые могут быть представлены в виде диагональных матриц:

$$\begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

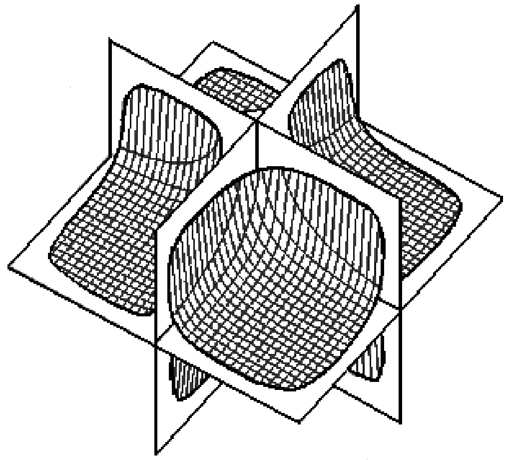

Рис. 4: Восьмиполостной гиперболоид трехмерного времени

с условием $a_1 a_2 a_3 = 1$. Преобразования данной группы оставляют инвариантными интервалы трехмерного времени (2) и поэтому являются его движениями. По своему характеру такие движения похожи на бусты соответствующего псевдоевклидова пространства с той разницей, что бусты не образуют группы и при однопараметрическом повороте в трехмерном пространстве-времени неподвижными остаются точки прямой, а в данном случае неподвижна всего одна точка. Преобразования этой группы условимся называть *гиперболическими вращениями трехмерного времени.*

Помимо гиперболических вращений, к движениям рассматриваемого времени относится трехпараметрическая группа параллельных переносов, имеющая обычное для линейных пространств представление. Других типов непрерывных преобразований, оставляющих инвариантными его интервалы, трехмерное время не содержит.

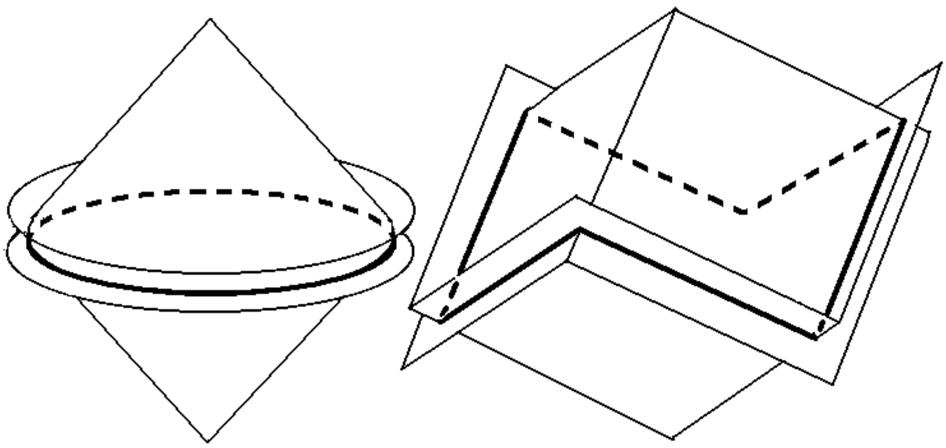

Рис. 5: Пересечения двух пар световых конусов

Изображенные на Рис. 2 и Рис. 3 изотропные грани и единичные гиперболоиды выделенной пары противолежащих октантов своими краями уходят в бесконечность. В связи с ограниченным пространством чертежа соответствующие поверхности оборваны, но не произвольно и не по характерным для псевдоевклидова пространства параллельным плоскостям, а более сложным образом, вытекающим из следующих рассуждений. Если границу одного из октантов пересечь с границей противолежащего и смещенного вдоль их общей оси, получится правильный шестиугольник, но не плоский, а изломанный так, как это изображено на Рис. 5. Объем, принадлежащий внутренним областям обоих таких октантов, представляет собой обычный куб, а упомянутый выше шестиугольник оказывается состоящим из его ребер, не имеющих пересечений с главной осью.

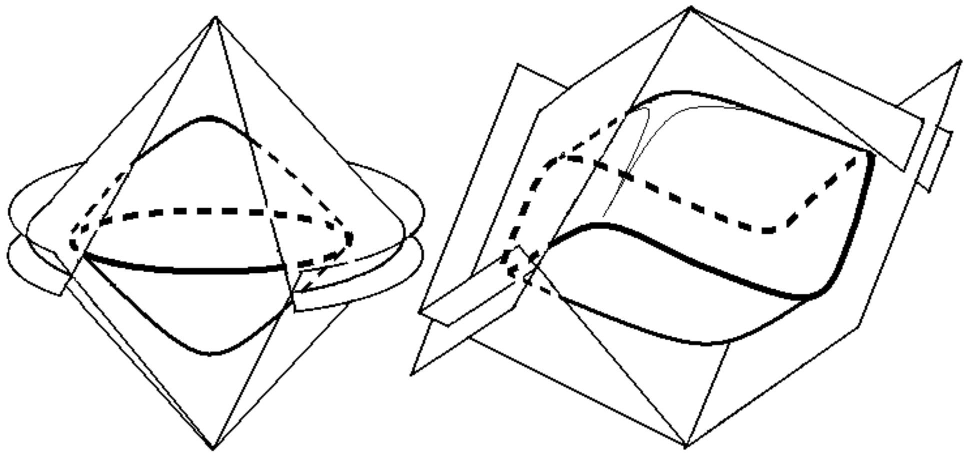

Рис. 6: Пересечения двух пар гиперболоидов с $0 < R < T$

Замечание. Можно утверждать, что в случае n-мерного времени фигура, являющаяся пересечением двух смещенных навстречу друг другу противолежащих камер, состоит ровно из половины $(n-2)$-граней образуемого ими гиперкуба, при этом в формировании такого пересечения принимают участие только грани, не имеющие общих точек с главной осью симметрии.

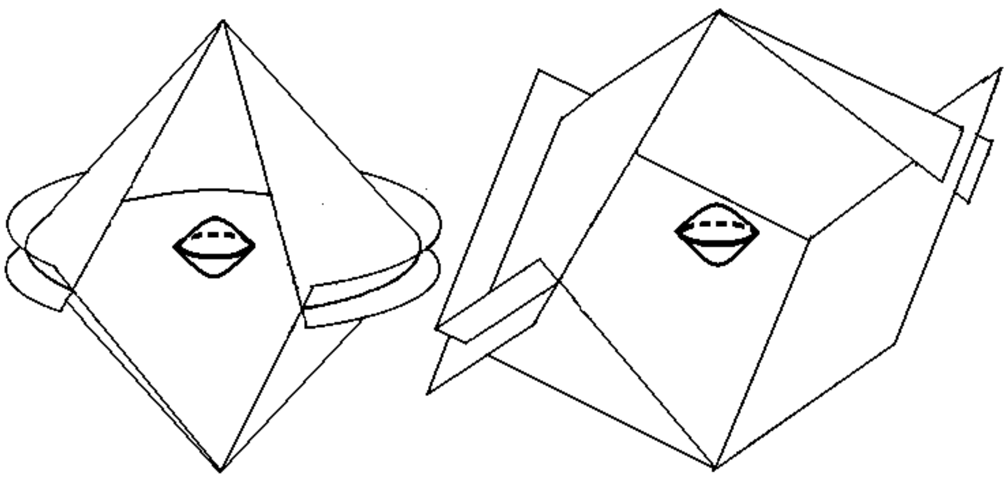

Рис. 7: Пересечения двух пар гиперболоидов с $R \approx T$

Если внутри образующих куб октантов построить две группы концентрических гиперболоидов (по сути являющихся финслеровыми обобщениями сфер) с центрами в противолежащих вершинах, результатом пересечения пар с одинаковыми радиусами оказывается непрерывное семейство замкнутых кривых, форма которых зависит от отношения соответствующего конкретной кривой радиуса гиперболоида R к половине главной диагонали куба T. Когда гиперболоиды имеют нулевые радиусы, они совпадают с изотропными гранями октантов, а их пересечением является изломанный в пространстве шестиугольник, уже рассматривавшийся на Рис. 5. При $0 < R < T$ пересечение гиперболоидов осуществляется по кривым, похожим на кривую, представленную на Рис. 6. Они трехмерны и имеют по шесть скругленных углов. По мере приближения значения радиуса гиперболоидов к величине T, получаемые в результате их пересечения кривые, сглаживаются и сплющиваются, а при $R \to T$ превращаются в идеально плоские окружности, хотя и бесконечно малого радиуса (Рис. 7).

В случае трехмерного псевдоевклидова пространства аналогичные построения приводят к образованию семейства лежащих в одной плоскости концентрических окружностей, изображения которых для сравнения представлены на тех же рисунках 5–7, справа. Окружность, принадлежащая двум световым конусам, т. е. соответствующая пересечению псевдоевклидовых сфер с $R = 0$, в специальной теории относительности интерпретируется как мгновенное положение светового фронта, который может регистрироваться наблюдателем, находящимся в вершине одного из конусов, в предположении, что в момент времени, совпадающий с вершиной другого конуса, произошла вспышка. Аналогичную трактовку следует применить и в случае трехмерного времени. Другими словами, ломаный шестиугольник изображенный на Рис. 5 может трактоваться как множество точек пространства наблюдателя, находящегося в точке T, с которыми тот связывает мгновенное положение светового фронта, вспышка которого произошла в точке $-T$. Для реализации такой ситуации достаточно принять, что изотропные грани противолежащих октантов являются аналогами световых конусов прошлого и будущего соответствующего по размерности псевдоевклидова пространства-времени. Данный прием выглядит вполне естественно и единственное усилие, которое приходится делать по сравнению с обычными для специальной теории относительности представлениями, – это допустить граненость светового конуса. Учитывая, что эта граненость осуществляется в пространстве, не доступном для непосредственного созерцания физическим наблюдателем, вопрос, отвечает ли она реалиям нашего мира, оказывается далеко не очевидным.

Хотя для изотропных границ односвязных камер можно было бы и сохранить название световых конусов, обычно используемое в случае псевдоевклидовых пространств, для того, чтобы лишний раз подчеркнуть особенности геометрии многомерных времен, соответствующие фигуры условимся называть *световыми пирамидами*, в первую очередь, выделяя среди них пирамиды прошлого и будущего.

5. Поверхности относительной одновременности

Логика проведенных выше построений требует идти дальше и принять аналогию не только между изотропными подпространствами и связываемыми с ними световыми фронтами, но и каждой общей окружности двух равных (развернутых навстречу друг другу) гиперболоидов псевдоевклидова пространства поставить в соответствие аналогичную кривую, являющуюся пересечением пары финслеровых сфер многомерного времени. При таком сопоставлении у нас появляется возможность достаточно естественным способом определить поверхность относительной одновременности трехмерного времени, ведь именно такой физический смысл играла в псевдоевклидовой геометрии представленная рассмотренным выше семейством окружностей плоскость. Исходя из данной логики, под одновременными событиями многомерного времени следует понимать множество точек, равноудаленных в смысле соответствующей финслеровой метрики от двух фиксированных точек. При этом одна из этих фиксированных точек совпадает с мгновенным положением наблюдателя, а вторая – зеркальна ей относительно исследуемого слоя событий.

Прямая, проходящая через эти две точки, однозначно задает инерциальную систему отсчета. Однако, как следует из принятого определения одновременности, теперь это отношение событий зависит не только от скорости наблюдателя, но и от его мгновенного расположения относительно слоя, которому он собирается приписать одинаковые значения времени свершения. В ставшем почти классическим псевдоевклидовом случае, при определении одновременности значение имеет лишь относительная скорость системы отсчета, тогда как мгновенная расположенность наблюдателя не играет существенной роли. В трехмерном времени это уже не так и данное обстоятельство, по-видимому, является одним из наиболее значащих моментов, отличающих физические свойства рассматриваемого многообразия от обычных псевдоевклидовых построений.

Поверхность одновременности, соответствующую паре фиксированных точек, удобно описывать уравнением, связывающим ее координаты с координатами исходного аффинного пространства, представленными в абсолютном базисе. Такое уравнение несложно получить для произвольной пары точек, но наиболее просто оно выглядит в случае, когда мгновенное положение наблюдателя связывается с точкой (T, T, T), а ее зеркальный образ имеет координаты $(-T, -T, -T)$. В этом случае условие равенства интервалов приводит к уравнению:

$$|(x'_1 + T)(x'_2 + T)(x'_3 + T)| = |(T - x'_1)(T - x'_2)(T - x'_3)|, \tag{6}$$

откуда, после раскрытия скобок и приведения подобных, имеем:

$$x'_1 x'_2 x'_3 + (x'_1 + x'_2 + x'_3)T^2 = 0. \tag{7}$$

Поверхность, соответствующая этому уравнению, изображена на Рис. 8.

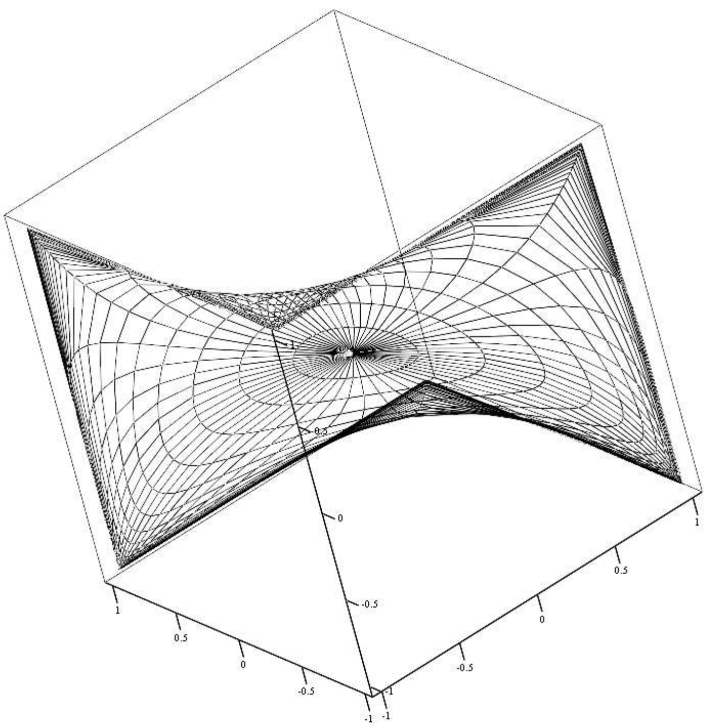

Рис. 8: Поверхность одновременности трехмерного времени

Кривые, рассматривавшиеся на рисунках 5 – 7, отмечают на поверхности одновременности точки, в определенном смысле, равноудаленные от ее геометрического центра. Такие кривые во многом аналогичны обычным концентрическим окружностям, хотя геометрия связанного с ними пространства не совпадает с привычной евклидовой.

С другой стороны, пересекая поверхность одновременности коническими поверхностями, названными в работе [4] *конусами вращения*, имеющими вершины в точке (T, T, T) и содержащими действительную ось, можно получить семейство кривых, соответствующих множеству радиальных линий евклидовой окружности. Таким образом, на поверхности одновременности оказывается нанесенной сетка криволинейных координат, играющая в двухмерном физическом пространстве трехмерного времени ту же роль, что и полярная система координат на евклидовой плоскости.

Преобразования, переводящие в себя поверхность одновременности так, что окружные и радиальные кривые при этом переходят снова в такие же кривые, оказываются во многом аналогичны пространственным поворотам вокруг начала координат в трехмерном псевдоевклидовом пространстве, поскольку физические расстояния и там, и там, остаются неизменными. Однако в случае трехмерного времени эти преобразования нелинейны и, кроме того, они не оставляют инвариантными трехмерные интервалы.

6. Физические расстояния и скорости

Казалось бы, мы вплотную подошли к возможности ввести в трехмерном времени двухмерные физические расстояния и скорости, достаточно только установить взаимнооднозначное соответствие между полученными на поверхности одновременности семействами окружных и радиальных кривых с соответствующими линиями полярной системы координат. Однако это не так. Дело в том, что рассматриваемое многообразие не допускает введения в качестве однозначных таких физических понятий, как расстояние и скорость, во всяком случае, если построение основывается на первичности измерений временных интервалов. То, что являлось, чуть ли, не очевидным свойством псевдоевклидовых пространств, оказывается, просто несовместимо с идеей многомерного времени. Как ни парадоксально, это обстоятельство не только не уменьшает, а наоборот, даже увеличивает возможность многомерного времени конкурировать с пространством Минковского за звание геометрического фундамента реального мира. Действительно, следуя идеологии хронометрии, с физическими расстояниями следует ассоциировать интервалы времени, проходящие в системе отсчета наблюдателя между посылкой некоторых эталонных сигналов и приемом их отражений обратно. Но любая попытка совместить этот естественный и понятный физический принцип с требованием однозначности расстояний наталкивается на противоречие. Красивым и далеко идущим выходом из этого парадокса представляется идея отказаться от однозначности физических расстояний, а следовательно и скоростей вообще, что может интерпретироваться как квантовомеханический принцип неопределённости.

Сказанное не означает, что место евклидовой геометрии физического пространства должна занять некая совершенно аморфная структура. Анализ показывает, что наше довольно радикальное предположение затрагивает не качественный, а лишь количественный аспект явлений. Расстояния и скорости, как самостоятельные физические категории не исключаются в многомерном времени полностью, а лишь видоизменяют свой статус, приобретая черты неопределенности на самом начальном геометрическом уровне. В частности, понятие равноудаленных в физическом плане объектов становится зависящим от того, какими сигналами в качестве эталонных пользуется наблюдатель, определяющий эту самую равноудаленность. В свою очередь, эталонность некоторого класса сигналов определяется посредством требования равенства собственных времен, проходящих по часам, в связанных с этими сигналами инерциальных системах отсчета между посылкой, отражением и их последующим приемом. Учитывая, что интервалы времени – это единственные величины, которые по определению предполагаются измеримыми в нашем финслеровом многообразии, выделить среди непрерывного спектра наклонных мировых линий такие, которые характеризуются равенством интервалов, задача всегда разрешимая. Заметим, что этим приемом мы уже воспользовались выше, когда определяли понятие относительно одновременных событий. Эталонными можно считать сигналы (испущенные неподвижным наблюдателем), мировые линии которых начинаются в одной точке, достигают поверхности одновременности и после преломления собираются все вместе в другой фиксированной точке на мировой линии того же наблюдателя. Естественно, должно выполняться равенство интервалов всех получаемых таким образом отрезков, как до, так и после преломления.

Подобная логика построений приводит к тому, что в многомерном времени физическое пространство наблюдателя по своим геометрическим свойствам становится в определенной степени зависящим от того, каким набором эталонных сигналов эта геометрия определяется. Так, если мировые линии эталонных сигналов почти параллельны линии наблюдателя, в его представлениях возникает пространство по своим свойствам практически совпадающее с евклидовым. Это связано с тем, что концы векторов с равными значениями интервалов в данном случае лежат (как отмечалось выше) на почти плоской и практически идеальной окружности, а последняя в процессе построения физического пространства играет роль финслеровой индикатрисы. Индикатрисой двухмерного евклидова пространства, как раз, и является обычная окружность. При переходе к сигналам, мировые линии которых имеют более значительный наклон, концы соответствующих векторов образуют уже не окружность, а более сложную замкнутую кривую, которая к тому же еще и не плоская. В пределе сигналов, чьи скорости интерпретируются как световые, данная кривая превращается в ломаный шестиугольник, рассматривавшийся на Рис. 5. Геометрия получающегося при этом двухмерного физического пространства – финслерова, и именно она максимально расходится с евклидовой. Однако, поскольку индикатриса даже в этом предельном случае остается замкнутой и выпуклой, объективно присутствующие отличия двух геометрий невелики, в связи с чем в реальности их вполне вероятно спутать, особенно если экспериментальные факты ограничены малыми скоростями.

Таким образом, если предположить, что наш реальный мир действительно имеет прямую связь с рассматриваемой финслеровой геометрией, возникновение евклидовых и псевдоевклидовых представлений у находящегося в таком мире наблюдателя должно оказаться вполне естественным процессом последовательных приближений ко все более точному описанию. С другой стороны, в своей повседневной практике, исходя из которой, мы и пытаемся нащупать законы, управляющие миром, нам чаще всего приходится пользоваться сигналами, скорость которых существенно ниже световой. Как правило, свет при этом используется только для идентификации объектов, тогда как расстояния определяются более медленными способами, к числу которых относится и линейка. Поэтому, когда в специальных экспериментах на первый план выходят действительно высокоскоростные сигналы, геометрия пространства считается уже заведомо заданной, поэтому даже аномальные результаты будут, скорее всего, трактоваться как угодно, но только не в направлении пересмотра "очевидных" геометрических свойств.

7. Заключение

Из всех перечисленных выше свойств и особенностей трехмерного времени, как представителя весьма необычного класса (линейных) финслеровых пространств, пожалуй, важнейшее – связь с наиболее фундаментальным понятием математики – числом, причем числом, оказывающимся объектом алгебры, обладающей самыми обычными арифметическими свойствами. Следует еще раз подчеркнуть, что ни евклидовы, ни псевдоевклидовы пространства размерности три и выше не обладают аналогичным качеством. Используемые же иногда в подобных целях кватернионы и бикватернионы настоящими числами не являются, так как их алгебры наделены некоммутативным умножением. В результате этого, построение полноценной теории, обобщающей теорию функций комплексной переменной, невозможно (или весьма затруднительно). В то же время, приведенные выше примеры иллюстрируют, каким образом обычные евклидовы и псевдоевклидовы представления могут вытекать из рассматриваемого финслерова пространства, что делает идею замены псевдоевклидовой метрики на многовременную – достаточно интересной и актуальной.

Литература

[1] J. L. Synge, The New Scientist, 19th February 1959, p. 410.
[2] W. R. Hamilton, Trans. Roy. Irish. Acad., 1833-1835.
[3] G. S. Asanov: *Finslerian Extension of General Relativity*, Reidel, Dordrecht 1984.
[4] D. G. Pavlov: *Hypercomplex Numbers, Associated Metric Spaces, and Extension of Relativistic Hyperboloid*, arXiv:gr-qc/0206004.