От редакции

ЧИСЛО, ГЕОМЕТРИЯ И ПРИРОДА

Число – одно из самых фундаментальных понятий не только математики, но и всего естествознания. Оно, быть может, первичней таких глобальных категорий, как время, пространство, вещество или поле. Поэтому, выпуская в свет первый номер журнала "Гиперкомплексные числа в геометрии и физике", редакционная коллегия искренне надеется, что на страницах данного издания найдут свое место работы, посвященные не просто числу вообще, но, прежде всего, раскрывающие его органическую связь с реальным миром.

Понятие числа многогранно и в самом широком смысле включает не только обычные числа, но и обобщенные объекты, наподобие кватернионов, октав, матриц и многих других. Не отрицая важной роли чисел всех видов, организаторы журнала выделяют среди них цепочку классов: натуральные → целые → рациональные → действительные → комплексные. Своей главной задачей журнал ставит обоснование возможности расширения приведенной классификации на числа бóльших размерностей, в первую очередь, обладающих коммутативно-ассоциативным умножением.

На первый взгляд, подобная программа представляется бесперспективной, поскольку теорема Фробениуса утверждает, что многокомпонентные числовые структуры с обычными арифметическими свойствами заканчиваются на комплексных числах. При этом особый акцент делается на отсутствии в соответствующих алгебрах так называемых делителей нуля. Конечно, отталкиваясь только от действительных и комплексных чисел, как неких эталонов, делители нуля представляются лишними. Однако, с точки зрения физики и тесным образом переплетенной с ней псевдоевклидовой геометрии, делители нуля оказываются одними из самых естественных объектов, поскольку именно с ними связаны мировые линии световых лучей. Факт, что псевдоевклидовой плоскости соответствует алгебра коммутативно-ассоциативных двойных чисел, имеющих в своем составе делители нуля, – лучшее тому подтверждение. Звучащие иногда высказывания, будто двойные числа слишком примитивны и не составляют реальной конкуренции комплексным, представляются несостоятельными, поскольку на языке геометрии это означает, что евклидовы пространства важнее псевдоевклидовых. Геометры давно пришли к выводу, что оба типа пространств равноценны, поэтому и двойные числа в основной классификации числовых структур должны стоять рядом с комплексными. Но, допуская мысль о фундаментальности двойных чисел, не остается оснований игнорировать делители нуля, а значит, оказывается вполне возможным, не вступая в противоречие с теоремой Фробениуса, строить числовые системы самых разных размерностей.

Замечательным примером подобных структур являются комплексные кватернионы (бикватернионы). Исследованию этих ассоциативных, но не коммутативных по умножению, гиперкомплексных чисел посвящен ряд интересных работ, представлены они и в первом номере настоящего журнала. Ожидание успехов данного направления основано на факте, что группа Пуанкаре, играющая исключительную роль в современной физике, является подгруппой полной группы симметрий восьмимерного пространства бикватернионов. С другой стороны, признание за делителями нуля права на звание обычных чисел, приводит к возможности построения и гиперкомплексных систем, наделенных коммутативно-ассоциативным произведением, что имеет свои дополнительные преимущества. Подчеркивая особый статус подобных структур, их предлагается рассматривать под общим именем *поличисел*.

До последнего времени исследованию поличисел не уделяли особого внимания, поскольку их считали тривиальными. Отчасти это действительно так, однако, если отталкиваться не от алгебр, а от связанных с ними геометрий, разнообразие свойств сразу же значительно возрастает. Дело в том, что пространства, стоящие за поличислами, как правило, являются финслеровыми, а в них можно ожидать, что помимо специальных линейных преобразований своим особым положением будут выделяться и некоторые нелинейные отображения.

Как бы ни сложилось с обобщением понятия числа, существование финслеровых геометрий является бесспорным фактом, а, значит, и проблемы физики можно рассматривать в совершенно другой плоскости. Действительно, почему бы вместо поиска гиперкомплексных систем, соответствующих классическому пространству Минковского или его модификациям, не попытаться заменить сам геометрический фундамент физики в надежде, что он ближе к неквадратичным структурам? Если идея столь тесной связи математики и физики верна, можно предположить, что новая геометрия должна быть непосредственно соотносима с максимально простыми числовыми системами. Здесь-то и могут сыграть свою роль поличисла, которые, с одной стороны, элементарны, а с другой – являются объектами далеко не тривиальных геометрий. Даже если в отношении поличисел данные ожидания не оправдаются, существуют и другие гиперкомплексные числа, а учитывая фундаментальность поставленной задачи, заранее трудно предугадать, какой из путей окажется плодотворным.